COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

NOUVELLE SÉRIE

1938

IMPERIAL MYCOLOGICAL
24 FEB 1938
INSTITUTE

VOLUME XVIII

№ 1

EDITION DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
MOSCOU

AVIS AUX AUTEURS

Les «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS» paraissent tous les dix jours, neuf numéros formant un volume d'environ 500 pages pourvu d'une table des matières.

Les «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS» publient des communications courtes précisant l'essentiel des travaux plus volumineux en préparation. Ces articles, ne dépassant pas comme règle dix mille signes typographiques, sont donnés en l'une des trois langues: français, anglais, allemand. Ils embrassent les sciences mathématiques, physiques, naturelles et techniques, reproduisant les résultats de recherches scientifiques actuellement en cours ou à peine achevées qui représentent les plus récentes données de l'investigation scientifique.

Les auteurs ont droit chacun à 25 extraits gratuits.

Les manuscrits doivent être adressés à la Rédaction des «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS»—Moscou, oulitza Koujbysheva, 8.

5 Janvier

COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

COMITÉ DE RÉDACTION

A. Borissiak, de l'Académie, A. Fersman, de l'Académie, A. Frumkin, de l'Académie, A. Richter, de l'Académie, S. Wawilow, de l'Académie

NOUVELLE SÉRIE

6-me année

Paraissant tous les dix jours

1938

VOLUME XVIII, № 1

TABLE DES MATIÈRES

Pages

MATHÉMATIQUES

Loo-keng Hua. Some Results in the Additive Prime-Number Theory . . 3
— Some Results in the Additive Theory of Numbers 4
I. I. Privalov. Applications de la notion de mesure harmonique à certains problèmes de la théorie des fonctions 5
— Problèmes limites de la théorie des fonctions harmoniques et subharmoniques dans l'espace 7
S. A. Tchounikhin. Über die Gruppen mit vorgegebenen Untergruppen . 9

HYDRODYNAMIQUE

I. A. Čarnyi. Zur Theorie der eindimensionalen nichtstationären Flüssigkeitsbewegung in Röhren 13
L. Sedov. Zur hydrodynamischen Theorie der Gitter und gewisser Randwertaufgaben, die auf periodische Funktionen einer komplexen Variablen führen 19

PHYSIQUE

P. Kapitza, Corresponding Member of the Academy. Viscosity of Liquid Helium Below the λ-Point 23
S. N. Rschevkin. On the Possibility of Obtaining High Coefficients of Sound Absorption by Using Systems of Resonators 27
A. A. Geršun. Photometric Invariant 33

CHIMIE

P. A. Bobrov, L. I. Kolotova und **V. A. Zamjatina.** Untersuchung der Zersetzungprodukte des Lignins 35
D. I. Rjabtschikow. Thiosulfatkomplexe des zweiwertigen Platins. I . . 41

AGROPHYSIOLOGIE

D. J. Vakulin. On the Problem of the Responsiveness of *Lallemantia iberica* $F \times M$ to Yarovization 47
N. S. Petinov and **G. A. Zak.** On the Problem of the Hardening of Plants by Soil Dryness under Conditions of Irrigation. I. The Effect of Hardening on Growth and Formative Processes 53
N. S. Petinov. On the Problem of the Hardening of Plants by Soil Dryness under Conditions of Irrigation. II. The Effect of Hardening on Photosynthesis and Yield 59
A. A. Richter, Member of the Academy, and **O. K. Elpidina.** On the Practice of Aerial Fertilization with Carbon Dioxide 65

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE

D. A. Komissarov. Applying of Growth Substances to Increase the Rooting Capacity in Cuttings of Woody Species and Shrubs 69
N. S. Petinov. The Effect of Continuous and Discontinuous Water Supply on the Photosynthetical Process and the Yield of Summer Wheat . 75

Rédacteur en chef A. Fersman. Rédacteur S. Bernstein.

En composition 4/XII 1937. En impression 11/I 1938. Nombre de feuilles d'impression 4¹/₂. Nombre de caractères par feuille d'impression 65.000. Pages 1—72. Format du papier 72×110 cm. Tirage 1 300. Moscou. Glavlit B—36112 Numéro d'édition 775. Numéro typographique 1663.

Imprimerie № 16. Moscou, Trekhproudnij péréoulok, 9.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

MATHEMATICS

SOME RESULTS IN THE ADDITIVE PRIME-NUMBER THEORY

By LOO-KENG HUA

(Communicated by I. M. Vinogradow, Member of the Academy, 9. XI. 1937)

After Vinogradow (1) solved the essential difficulty of the additive prime-number theory, a great deal of problems can be solved without Riemann hypothesis. In this note I shall announce some results which can be proved by Vinogradow's weapon with some alterations.

Theorem 1. *Almost all even integers are of the form* $p_1 + p_2^k$ *for odd* k. *Almost all even integers* $\not\equiv 1 \pmod{p}$, *for all those prime* p, *which satisfy the condition* $(p-1)/k$, *are of the form* $p_1 + p_2^k$ *for even* k.

As to the proof of this theorem I use Vinogradow's lemma for minor arcs, Siegel-Walfisz's lemma (2) for the major arcs and use Davenport-Heilbronn's (3) method to deal with the singular series.

The same method gives also

Theorem 2. *Almost all integers* $\equiv 3 \pmod{24}$ *and* $\not\equiv 0 \pmod{5}$ *are sums of three squares of primes.*

More generally,

Theorem 3. *Let* A_k *be the set of all those integers* n *which are satisfying* 1) *if* k *is odd,*

$$n \not\equiv 0 \pmod{2},\quad n \not\equiv 2 \pmod{3},$$

2) *if* k *is even,*

$$n \equiv 3 \pmod{24},\quad \begin{cases} n \not\equiv 0 \pmod{5} & \text{for } 4 \nmid k, \\ n \not\equiv 0,\ 2 \pmod{5} & \text{for } 4 \mid k, \end{cases}$$

and

$$n \not\equiv 1 \pmod{p} \text{ for } p \equiv 3 \pmod{4} \text{ and } (p-1) \mid k.$$

Then almost all integers of the set A_k *are sums of two squares of primes and a* k*th power of prime.*

Straightforward application of Vinogradow's method gives also theorems of the following type:

Every sufficiently large even integer is a sum of a prime and two squares of primes and a k*th power of prime.*

Also I am able to prove the theorems of the following type:

The equation

$$n = p_1 - p_2 + p_3^k \text{ for odd } k$$

has infinitely many solutions for every odd n.

China.

Received
15. XI. 1937.

REFERENCES

(1) C. R. Acad. Sci. URSS, XVI, № 3 (1937). (2) Math. ZS., **40** (1936). (3) Proc. of London Math. Soc. (2), **43** (1937).

SOME RESULTS IN THE ADDITIVE THEORY OF NUMBERS

By LOO-KENG HUA

(Communicated by I. M. Vinogradow, Member of the Academy, 9.XI.1937)

Connecting the method used in my recent paper (1) with a new result due to Vinogradow(2), I am able to establish the following sharper and more general

Theorem. *Let*

$$a = \frac{1}{k},$$

$$b = \begin{cases} k^3 (\log k + \frac{9}{4} \log\log k) & \text{for } k \geqslant 14, \\ 2^{k-1} & \text{for } k < 14 \end{cases}$$

and

$$m = \left[\frac{\log \frac{1}{2} b + \log (1-2a)}{\log k - \log (k-1)} \right].$$

Let $P(x)$ be an integral-valued polynomial of the kth degree. There exists an integer K, depending only on $P(x)$, such that every integer $N \equiv s \pmod K$ is a sum of s values of $P(p)$, p is a prime, provided that

$$s \geqslant 2k + 2m + 7 \ (\sim 6k \log k).$$

For the sake of simplicity I have not given explicitly the formulation of K.

The analytic part of the proof can be obtained in the same way as that of the preceding paper, except here we need a further

Lemma.

$$\sum_{h=1}^{q^*} e^{\frac{2\pi i a}{q} P(h)} = O\left(q^{1-\frac{1}{k}+\varepsilon}\right)$$

where q^* is the connected number of q with respect to $P(h)$ (3).

As to the arithmetical part of the proof, I used a theorem due to Davenport and Chowla (4) as I did in Waring's problem.

The present method gives also a great deal of new results in Waring's problem with polynomial summands. Among them I select the following more interesting cases to be announced here:

Let $G(P(x))$ be the least integer s such that

$$n = P(x_1) + \cdots + P(x_s), \quad x_\nu \geqslant 0$$

is solvable for all sufficiently large integers n.

1) $G\left(\frac{x(x-1)\cdots(x-k+1)}{k!}\right) \leqslant 2k + 2m + 5.$

2) If $P(x)$ is a quartic polynomial, then

$$G(P(x)) \leqslant 17.$$

3) If $P(x)$ is a quintic polynomial, then

$$G(P(x)) \leqslant 31,$$

and 31 is the best possible value.

China.

Received
15. XI. 1937.

REFERENCES

(1) C. R. Acad. Sci. URSS, XVII, № 4 (1937). (2) C. R. Acad. Sci. URSS, XVII, № 4 (1937). (3) Proc. of London Math. Soc. (2), **43** (1937). (4) Landau, Additive Zahlentheorie, Cambridge Tracts, № 35, 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

MATHÉMATIQUES

APPLICATIONS DE LA NOTION DE MESURE HARMONIQUE À CERTAINS PROBLÈMES DE LA THÉORIE DES FONCTIONS

Par I. I. PRIVALOV

(Présenté par S. A. Tchapliguine, de l'Académie, le 16. XI. 1937)

Dans deux articles qui paraîtront dans le Recueil Mathématique j'ai démontré les théorèmes suivants:

1. Si $w = f(z)$ est une fonction méromorphe à l'intérieur du cercle de rayon 1 sans être constante, si elle possède des valeurs limites déterminées (finies ou infinies) quand z suit un chemin non tangent, et cela pour tous les points d'un ensemble E_z de la circonférence $|z| = 1$, mes $E_z > 0$, alors l'ensemble E_w de ses valeurs limites contient un ensemble fermé de mesure harmonique positive.

2. Soit $f(z)$ une fonction méromorphe à l'intérieur du cercle de rayon 1 et vérifiant la condition:

a) quand z varie à l'intérieur du cercle de rayon 1 la fonction ne prend pas les valeurs limites. Dans ces conditions on a le théorème:

Si la fonction $f(z)$ est méromorphe à l'intérieur du cercle de rayon 1 $|z| < 1$ et satisfait la condition a), l'ensemble des valeurs de l'argument φ $(0 \leqslant \varphi < 2\pi)$ pour lesquelles les valeurs limites existent est de mesure 2π ou 0 suivant que la fonction $f(z)$ est ou non le rapport de deux fonctions bornées.

3. Si $w = f(z)$ est une fonction méromorphe dans le cercle de rayon 1, non constante absolue, et possédant des valeurs limites (finies ou infinies) quand z suit un rayon, et cela pour un ensemble E_z, situé sur un arc σ de la circonférence $|z| = 1$, de mesure positive partout sur σ et de deuxième catégorie, alors l'ensemble E_w de ses valeurs limites contient un ensemble fermé de mesure harmonique positive.

4. Soit $\{\alpha\}$ un ensemble borné et fermé dans un espace à p dimensions $(p \geqslant 2)$. Si $\{\alpha\}$ est un ensemble de mesure harmonique nulle, chaque fonction subharmonique univalente et bornée supérieurement au voisinage de $\{\alpha\}$ est nécessairement subharmonique partout dans le domaine contenant $\{\alpha\}$.

5. Soit $u(P)$ une fonction subharmonique dans un domaine G d'un espace à $p \geqslant 2$ dimensions, bornée supérieurement dans ce domaine. Si pour tous les points frontières P^* du domaine G, sauf peut être un ensemble fermé de points α de mesure harmonique nulle, on a l'inégalité: $\overline{\lim}_{P \to P^*} u(P) \leqslant C$, alors on aura en chaque point du domaine G l'inégalité

$u(P) \leqslant C$, et d'ailleurs l'égalité n'est possible que dans le cas où $u(P)$ est une constante C.

6. Soit $u(P)$ une fonction subharmonique dans un domaine D* d'un espace à $p \geqslant 2$ dimensions, bornée supérieurement et vérifiant la condition $\overline{\lim_{P \to P^*}} u(P) \leqslant C$ presque partout sur la frontière Γ; on cherche la limite supérieure en supposant que le point P tend vers le point frontière P^* suivant la normale en ce point.

Dans ces conditions on démontre que $u(P) \leqslant C$ partout dans le domaine D, et d'ailleurs le signe d'égalité n'est possible que dans le cas où $u(P)$ est une constante absolue.

7. Désignons par α l'ensemble de points de la frontière Γ du domaine D formé d'un nombre fini d'aires de Γ** (dans le cas $p = 2$ la frontière Γ est formée d'un nombre fini de courbes jordanniennes, α est un système fini d'arcs de ces courbes). Il existe une fonction unique $\omega(P, \alpha, D)$ vérifiant les conditions:

1) $\omega(P, \alpha, D)$ est une fonction harmonique et bornée dans le domaine D.

2) Dans les points à l'intérieur de α la fonction ω prend la valeur 1, dans les points intérieurs du complémentaire de α la fonction ω est nulle. Cette fonction $\omega(P, \alpha, D)$ est appelée mesure harmonique de l'ensemble α au point P par rapport au domaine D. Soit $u(P)$ une fonction subharmonique à l'intérieur du domaine D, bornée supérieurement et vérifiant les conditions:

a) $\overline{\lim_{P \to P^*}} u(P) \leqslant M$ en tout point P^* à l'intérieur de α.

b) $\overline{\lim_{P \to P^*}} u(P) \leqslant m$ en tout point P^* à l'intérieur du complémentaire à α.

Dans ces conditions on a l'inégalité:

$$u(P) \leqslant M\,\omega(P, \alpha, D) + m[1 - \omega(P, \alpha, D)] \qquad (1)$$

partout dans le domaine D, et d'ailleurs le signe d'égalité en un point P_0 ne peut avoir lieu que si $u(P)$ est identiquement égale au second membre de (1).

8. L'inégalité (1) a de nombreuses applications dans la théorie des fonctions subharmoniques. Parmi ces applications nous allons noter ici les deux résultats suivants:

Soit $u(P)$ une fonction subharmonique dans le domaine D défini par les conditions $x_1 > 0$, $x_2, \ldots, x_p$ sont arbitraires; supposons que $u(P)$ vérifie la condition: en chaque point P^* du plan $x_1 = 0$, situé à distance finie, la fonction $u(P)$ est bornée supérieurement, c'est-à-dire:

$$\overline{\lim_{P \to P^*}} u(P) \leqslant 0.$$

Désignons pas $M(r)$ le maximum de la fonction $u(P)$ sur la partie de la sphère de rayon r décrite autour de l'origine qui appartient au domaine D. Deux cas seulement sont alors possibles: ou bien $M(r)$ tend vers $+\infty$ avec $r \to +\infty$ si vite que l'on a

$$\overline{\lim} \frac{M(r)}{r} > 0,$$

---

* D est un domaine borné de l'espace à $p \geqslant 3$ dimensions dont la frontière Γ est formée d'un nombre fini de surfaces, dont chacune vérifie les conditions de Liapounoff ou bien est formée d'un nombre fini de surfaces vérifiant les conditions de Liapounoff et qui en se coupant forment des angles non nuls. Dans le cas $p = 2$ on peut supposer que D est un domaine arbitraire dont la frontière est une courbe rectifiable de Jordan.

** Nous supposons que les contours des aires formant α ont une aire nulle.

ou bien en chaque point du domaine D on a

$$u(P) \leqslant 0.$$

D'ailleurs on a toujours

$$\underline{\lim} \frac{M(r)}{r} > -\infty.$$

9. Voici une seconde application de l'inégalité (1): Si une fonction subharmonique, bornée supérieurement dans le demiespace supérieur $x_p > 0$, tend vers $-\infty$ quand $P \to \infty$ dans le demiplan $x_p = 0$, $x_1 > 0$, elle tend uniformément vers la même valeur dans chaque angle borné par les demiplans $x_p = 0$, $x_1 > 0$ et $x_p + x_1 \operatorname{tg} \eta = 0$, si $\eta > 0$ est suffisamment petit.

Institut mathématique.
Université de Moscou.

Manuscrit reçu
le 16. XI. 1937.

MATHÉMATIQUES

PROBLÈMES LIMITES DE LA THÉORIE DES FONCTIONS HARMONIQUES ET SUBHARMONIQUES DANS L'ESPACE

Par I. I. PRIVALOV

(Présenté par S. A. Tchapliguine, de l'Académie, le 16. XI. 1937)

Dans un article qui paraîtra dans le Recueil Mathématique, j'ai démontré les théorèmes suivants:

1. Soit $u(P) = u(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ une fonction subharmonique à l'intérieur d'une sphère $\overline{OP} = r < 1$ vérifiant la condition:

$$\frac{1}{\sigma} \int_{\sigma} u^+(P)\, d\sigma = O(1), \tag{I}$$

où l'intégration est étendue à la surface d'une sphère σ d'un rayon quelconque $r < 1$.

Il existe une limite finie

$$\lim_{P \to Q} u(P) = \overline{u}(Q),$$

quand le point P tend vers un point Q de la surface de la sphère $\overline{OQ} = 1$, en restant toujours sur le rayon de cette sphère, et ceci a lieu pour tous les points Q de la surface de la sphère sauf peut être un ensemble de mesure nulle. Les valeurs limites $\overline{u}(Q)$ forment une fonction sommable sur la surface de la sphère $\overline{OQ} = 1$.

2. Si $u(P)$ est une fonction harmonique à l'intérieur d'une sphère $\overline{OP} = r < 1$, la condition (I) est nécessaire et suffisante pour qu'il soit possible de la représenter au moyen d'une intégrale de Poisson-Stieltjes.

3. L'intégrale de Poisson-Lebesgue

$$u(P) = \frac{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2\pi^{\frac{p}{2}}} \int f(Q) \frac{1 - r^2}{(1 + r^2 - 2r\cos\gamma)^{\frac{p}{2}}}\, d\omega \tag{1}$$

tend vers $f(Q)$ pour presque tous les points Q de la surface de la sphère de rayon 1 si P tend vers Q en restant sur le rayon de la sphère.

Pour qu'une fonction harmonique à l'intérieur de la sphère de rayon 1 soit représentable au moyen d'une intégrale de Poisson-Lebesgue (1), il est nécessaire et suffisant que l'expression

$$\int_e |u(r, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{p-1})| \, d\omega,$$

où e est un ensemble mesurable quelconque sur la surface de la sphère de rayon 1, soit uniformément absolument continue pour $r < 1$.

4. Soit $u(P)$ une fonction harmonique bornée définie dans un domaine D^*.

Pour presque tous les points Q de la surface frontière S il existe une limite finie

$$\lim_{P \to Q} u(P) = \overline{u}(Q),$$

quand le point P tend vers le point Q en suivant la normale à la surface en ce point. Les valeurs de la fonction harmonique $u(P)$ à l'intérieur du domaine D s'expriment au moyen de la formule de Green-Lebesgue à partir des valeurs limites $\overline{u}(Q)$.

Institut mathématique.
Université de Moscou.

Manuscrit reçu
le 16. XI. 1937.

* Le domaine D possède une frontière qui est assujettie à certaines conditions de régularité.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

MATHEMATIK

ÜBER DIE GRUPPEN MIT VORGEGEBENEN UNTERGRUPPEN

Von S. A. TCHOUNIKHIN

(Vorgelegt von O. J. Schmidt, Mitglied der Akademie, d. 24. XI. 1937)

1. In der vorliegenden Arbeit wollen wir endliche Gruppen mit einer Kategorie der Untergruppen gewisser vorgeschriebener Art untersuchen, wie zum Beispiel, die Gruppen mit Reihen von Normalteilern, deren Indexe bestimmte arithmetische Eigenschaften besitzen, oder solche Gruppen, deren sämtliche Untergruppen, sobald sie durch eine gegebene Primzahl teilbare Ordnungen besitzen, spezielle Gruppen sind. Daraus erhalten wir noch einige Eigenschaften von endlichen Gruppen.

2. Bei der Untersuchung benutzen wir die folgende Formel, die eine Darstellung der Druppe $\mathfrak{G}$ durch eine Abelsche Gruppe $\mathfrak{H}/\mathfrak{K}$ gibt (1) ($\mathfrak{H}$ ist eine Untergruppe von $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{K}$ — die Kommutatorgruppe von $\mathfrak{H}$):

$$|A| = A^{a_1} D_2 A^{a_2} D_2^{-1} \ldots D_s A^{a_s} D_s^{-1} \mathfrak{K}.$$

Die Elemente $D_2, D_3, \ldots, D_s$ findet man aus einer in folgender Form geschriebenen Zerlegung der Gruppe $\mathfrak{G}$ nach $\mathfrak{H}$:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{H} + \mathfrak{H} A + \ldots + \mathfrak{H} A^{a_1-1} + \mathfrak{H} D_2 + \mathfrak{H} D_2 A + \ldots + \mathfrak{H} D_2 A^{a_2-1} + \\ + \ldots + \mathfrak{H} D_s + \mathfrak{H} D_s A + \ldots + \mathfrak{H} D_s A^{a_s-1}.$$

Unsere Methode ist ganz von der Theorie der Gruppencharaktere unabhängig.

3. Der Kürze wegen führen wir die folgenden Bezeichnungen ein:

1) Die Gruppe vom Typus S — nichtspezielle Gruppe, deren sämtliche eigentliche Teiler spezielle * Gruppen sind. Die Art von diesen Gruppen war zuerst von Prof. O. J. Schmidt festgestellt (2).

2) Die pd-Gruppe (oder pd-Untergruppe) — eine Gruppe (oder Untergruppe), deren Ordnung durch eine gegebene Primzahl p teilbar ist.

3) Die Gruppe vom Typus Sp — nichtspezielle pd-Gruppe, deren sämtliche eigentliche pd-Untergruppen spezielle Gruppen sind.

4) Die Gruppe vom Typus A — nichtspezielle Gruppe von der Ordnung qr^β ($q \neq r$, q und r Primzahlen sind), deren Sylowsche zu r gehörige Untergruppe eine invariante Abelsche Untergruppe vom Typus $(1, 1, \ldots, 1)$ ist; dabei $r^\beta \equiv 1 \pmod{q}$ und β ist die kleinste Zahl, die der Kongruenz $r^x \equiv 1 \pmod{q}$ genügt.

5) Sei $m = q_1^{a_1} q_2^{a_2} \ldots q_k^{a_k}$ ($q_1, q_2, \ldots, q_k$ sind Primzahlen) der grösste gemeinsame Teiler der Ordnungen der Gruppen $\mathfrak{G}_1$ und $\mathfrak{G}_2$. Dann führen wir das Symbol $T(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ ein:

---

* Die Gruppe heisst speziell, wenn alle ihre Sylowuntergruppen invariant sind.

wenn $m = 1$, so ist $T(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) = 1$,

wenn $m > 1$, so ist $T(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) = \prod_{i=1}^{i=k} (q_i^{\gamma_i} - 1)(q_i^{\gamma_i - 1} - 1) \ldots (q_i - 1)$.

4. Beweisen wir jetzt den folgenden Satz.

Satz I. *Es gibt nur zwei folgende Arten der Gruppen vom Typus Sp:*

1) *Die Gruppen vom Typus S.*

2) *Das direkte Produkt einer zyklischen Gruppe der Ordnung p und einer Gruppe vom Typus S, deren Ordnung durch p nicht teilbar ist.*

Hilfssatz. *Die pd-Gruppe $\mathfrak{G}$, die dem Typus Sp nicht angehört, ist dann und nur dann eine spezielle Gruppe, wenn sie keine pd-Untergruppe vom Typus Sp enthält.*

Satz II. *Eine nichtspezielle pd-Gruppe enthält stets eine eigentliche pd-Untergruppe vom Typus Sp, oder ist selbst von diesem Typus.*

Folgerung. *Eine pd-Gruppe $\mathfrak{G}$, deren Ordnung durch mehr als drei verschiedene Primzahlen teilbar ist, ist dann und nur dann eine spezielle Gruppe, wenn ihre sämtliche pd-Untergruppen, deren Ordnungen durch nicht mehr als drei verschiedene Primzahlen teilbar sind, speziell sind.*

5. A. A. Kulakoff und S. A. Tchounikhin haben den folgenden Satz bewiesen [3]: «Ist $\mathfrak{G}$ eine Gruppe von der Ordnung $p^\lambda n$, wo p eine Primzahl, $\lambda \geq 2$, und n (> 1) eine nicht durch p teilbare Zahl ist, so enthält $\mathfrak{G}$ wenigstens eine Untergruppe, deren Ordnung durch p und gleichzeitig durch eine andere Primzahl teilbar ist. Die einzige Ausnahme bilden die Gruppen vom Typus *A*». Dieser Satz lässt sich mit Hilfe des obenzitierten Satzes II so verallgemeinern:

Satz III. *Wenn die Ordnung einer Gruppe $\mathfrak{G}$ durch eine Primzahl p teilbar, aber keine Potenz von p ist, so enthält $\mathfrak{G}$ mindestens eine eigentliche Untergruppe, deren Ordnung durch p und gleichzeitig durch eine andere Primzahl teilbar ist. Diese Untergruppe ist entweder eine zyklische Gruppe, oder eine Gruppe vom Typus A. Die einzige Ausnahme bilden nur die zyklischen Gruppen der Ordnung pq (q eine von p verschiedene Primzahl ist) und die Gruppen vom Typus A.*

6. Zuletzt erhalten wir die folgende Verallgemeinerung unserer früher erhaltenen Resultate [4] über spezielle Gruppen:

Satz IV. *Wenn jedem Primteiler p der Ordnung der Gruppe $\mathfrak{G}$ eine Reihe von Normalteilern von $\mathfrak{G}$ entspricht: $\mathfrak{G} = \mathfrak{N}_0 \supset \mathfrak{N}_1 \supset \mathfrak{N}_2 \supset \ldots \supset \mathfrak{N}_l = E$, mit der Eigenschaft, das für jedes i die Zahl $T(\mathfrak{N}_{i-1}/\mathfrak{N}_i, \mathfrak{K})$ mit d_i teilerfremd ist, wo d_i der grösste gemeinsame Teiler von p und der Ordnung von $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}_i$, und $\mathfrak{K}$ die Kommutatorgruppe von $\mathfrak{G}$ ist, so ist $\mathfrak{G}$ eine spezielle Gruppe.*

Unter anderen Speziallfällen des Satzes IV zeigen wir jetzt drei folgende [4]: 1) Die Gruppe $\mathfrak{G}$ ist speziell, wenn die Ordnung von $\mathfrak{G}$ und $T(\mathfrak{K}, \mathfrak{K})$ teilerfremd sind. 2) Die Gruppe $\mathfrak{G}$ ist speziell, wenn die Ordnung von $\mathfrak{G}$ und $T(\mathfrak{G}, \mathfrak{G})$ teilerfremd sind. 3) Die Gruppe ist speziell, wenn die Indexe der Hauptreihe Primzahlen sind, deren Reihenfolge nicht zunehmend ist.

Der Satz IV ist auch umkehrbar.

V. A. Steklowsches mathematisches Institut.
Moskau.

Eingegangen
d. 27. XI. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Serge Tchounikin. Mathem. Annalen, **112**, 92 (1935). Siehe auch C. R. Acad. Sci. URSS, III (VIII), № 1 (61) (1935) und III (VIII), № 5 (65) (1935). [2] O. J. Schmidt. Rec. math. de Moscou, XXXI, fasc. 3—4, 366. [3] A. A. Kulakoff u. Sergei Tschunichin, Rec. math. de Moscou, **39**, № 3. [4] Sergei Tschunichin. Rec. math. de Moscou, XXXVI, **2** (1929) et **40**, 1 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

HYDRODYNAMIK

ZUR THEORIE DER EINDIMENSIONALEN NICHTSTATIONÄREN FLÜSSIGKEITSBEWEGUNG IN RÖHREN

Von I. A. ČARNYI

(Vorgelegt von S. A. Tschaplygin, Mitglied der Akademie, d. 16.XI.1937)

1. In diesem Aufsatz wird die Lösung der Aufgabe über die Druckschwingungen bei willkürlicher nichtstationärer Flüssigkeitsbewegung in Röhren unter Berücksichtigung der Zähigkeit und Kompressibilität der Flüssigkeit gegeben.

Die gestellte Aufgabe formulieren wir folgendermassen: an dem einen Ende der Rohrleitung sei irgendein Aggregat angebracht, welches ermöglicht den Flüssigkeitsverbrauch auch einem bekannten Gesetz in Abhängigkeit von der Zeit zu verändern, z. B.: Kolbenpumpe, Schieber, Turbine u. s. w. Das Aggregat ist von der Rohrleitung durch eine Kammer getrennt; letztere dient zur Verringerung der Druckschwingungen (z. B. Windkessel, Wasserschloss u. z. w.). Das andere Ende der Rohrleitung ist offen und wird unter konstantem Druck gehalten, den wir gleich Null setzen.

Die Druckschwingungen bei dem Aggregate sind zu bestimmen, wenn der Flüssigkeitsverbrauch, welcher von dem Aggregat erzeugt oder reguliert wird, sich nach dem angegebenen Gesetz in Abhängigkeit von der Zeit verändert.

2. Die Differentialgleichungen der Aufgabe findet man auf folgende Weise. Für die Kräfte, die auf das Flüssigkeitselement in dem Rohr von der Länge dx wirken, erhalten wir, wenn wir voraussetzen, dass der Druck gleichmässig über den Querschnitt des Rohres verteilt ist, folgende Gleichung

$$-\frac{\partial p}{\partial x}\,dxf - \rho \cdot f\,\frac{dv}{dt}\,dx - \gamma f dx \cdot \sin\alpha - \tau \cdot \pi d \cdot dx = 0, \qquad (1)$$

wo p—Druck, v—Geschwindigkeit der Flüssigkeit (mittlere im Querschnitt), ρ—Flüssigkeitsdichte, γ—spezifisches Gewicht der Flüssigkeit, d—Rohrdurchmesser, f—Querschnittsfläche des Rohres, α—Neigungswinkel des Rohres gegen die Horizontale, τ—Reibungskraft der Flüssigkeit an den Wänden, pro Flächeneinheit, $\frac{\partial v}{\partial t}$—Flüssigkeitsbeschleunigung bedeuten.

Nach einer bekannten Formel der Hydraulik ist

$$\tau = \frac{\lambda}{8}\rho v^2, \qquad (2)$$

wo λ der Widerstandskoeffizient in der D'Arcy-Weisbachschen Formel für den Druckverlust bei Reibung ist.

Da die betrachteten Geschwindigkeiten viel kleiner sind als die Schallgeschwindigkeiten, so kann man in den Ableitungen nach der Zeit die Konventionsglieder vernachlässigen:

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{\partial v}{\partial t}, \tag{3}$$

und aus (1):

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\lambda v^2}{2d}\right) + \gamma \sin\alpha. \tag{1,1}$$

Um nur mit Lineargleichungen zu tun zu haben, setzen wir:

$$\frac{\lambda v^2}{2d} \approx \frac{\lambda v_0}{2d} v, \tag{4}$$

wo v_0 der zeitliche Mittelwert der Flüssigkeitsgeschwindigkeit ist.

Dies ist zulässig bei geringen Geschwindigkeitsschwankungen.

Dann erhalten wir aus (1, 1) für das turbulente und laminare Regime:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + 2av\right) + \gamma \sin\alpha, \tag{1,2}$$

wo

$$\begin{aligned} 2a &= \lambda \frac{v_0}{2d} \text{ (turbulentes Regime)}, \\ 2a &= 32 \frac{\nu}{d^2} \text{ (laminares Regime)}, \end{aligned} \tag{4,1}$$

ν—kinematische Zähigkeitszahl.

Die zweite Gleichung, die p und v verbindet, erhält man aus der Kontinuitätsgleichung, und das gibt für eine tropfbare Flüssigkeit:

$$\frac{dp}{dt} = -K\frac{\partial v}{\partial x}, \tag{5}$$

wo K die Volumkompressionszahl der Flüssigkeit in dem Rohr mit elastischen Wänden ist.

Indem wir das Konvektionsglied vernachlässigen, erhalten wir:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K\frac{\partial v}{\partial x}. \tag{5,1}$$

Durch Elimination von p aus (1, 2) und (5, 1) erhält man, unter der Annahme, dass in (1, 2) ρ und γ Konstanten sind:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2a\frac{\partial v}{\partial t} = c^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \tag{6}*$$

wo $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ die Schallgeschwindigkeit der in der Rohrleitung strömenden Flüssigkeit ist.

Wir legen den Koordinatenursprung in das freie Ende; dann können wir folgende Anfangs- und Grenzbedingungen formulieren:

$$\text{für } x = 0,\ p = 0 \text{ oder } \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \tag{7}$$

An dem anderen Ende der Rohrleitung bei dem Aggregat ist

$$\text{für } x = l,\ v + h\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{Q(t)}{f} = f(t), \tag{8}$$

---

* Eine grosse Analogie besteht zwischen unserer Aufgabe und einer Aufgabe in Elektrotechnik—die Berechnung der elektrischen Linien mit verteilten Konstanten. Diese Analogie ist von uns in einer anderen Arbeit ausgenutzt worden.

wo $Q(t)$ der vorgegebene Verbrauch ist, der vom Aggregat erzeugt oder reguliert wird, gerechnet von dem stationären Verbrauch an, der zur Zeit $t = 0$ war.

Auf diese Weise haben wir:

$$f(t) = 0 \text{ für } t \leqslant 0 \text{ und } f(t) \text{ vorgegeben für } t \geqslant 0.$$

Gleichung (8) bekommt man aus der Bilanz des Flüssigkeitsverbrauchs durch die Kammer. Man kann zeigen, dass für den Windkessel bei Isothermie für geringe Druckschwankungen gilt:

$$h = \frac{KV_0}{p_0 f}, \tag{9}$$

wo V_0, p_0 das mittlere Volumen und der absolute Luftdruck im Kessel sind, f ist die Fläche des Rohrquerschnitts.

Für das Wasserschloss haben wir:

$$h = \frac{F}{f}\frac{K}{\gamma}, \tag{9, 1}$$

wo F die Querschnittsfläche des prismatischen Wasserschlosses ist, die Werte von K, γ, f sind oben angegeben.

Der Druck bei dem Aggregate kann ermittelt werden aus (1, 2)

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_1}{\rho} - \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial t} + 2av\right) dx, \tag{10}$$

wo p_1 der stationäre Anfangsdruck bei dem Aggregat ist.

Für inkompressible Flüssigkeiten hängen v und $\frac{\partial v}{\partial t}$ von x nicht ab und (10) gibt die gewöhnliche Formel für den Druck bei nichtstationärem Regime einer inkompressiblen Flüssigkeit, die, wie die Erfahrung zeigt, nur für die kurze Rohre verwendbar ist, und das auch nicht immer. Im allgemeinen muss man (10) benutzen, indem man vorher die Abhängigkeit von v und $\frac{\partial v}{\partial x}$ von x durch Integration von (6) bei Grenz- und Anfangsbedingungen (7), (8) ermittelt.

3. Nehmen wir an, dass $f(t)$ die Dirichletschen Bedingungen erfüllt. Dann kann $f(t)$ durch das Fourierintegral dargestellt werden:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)e^{i\omega(t-\alpha)}\, d\alpha$$

oder, da $f(t) = 0$ für $t < 0$,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{0}^{\infty} f(\alpha)e^{i\omega(t-\alpha)}\, d\alpha. \tag{11}$$

Setzen wir

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} f(\alpha)e^{-i\omega x}\, d\alpha = F(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)}, \tag{11, 1}$$

was—in den meisten, praktisch interessanten Fällen—ein rationaler Bruch ist, so bekommen wir:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}\, d\omega. \tag{12}$$

Wenn $F(\omega)$ Pole hat, die auf der reellen Achse liegen, so müssen dieselben bei der Integration auf unendlich kleinen Halbkreisen, die in der unteren Koordinatenhalbebene liegen, umgangen werden.

Eine partikuläre Lösung von (6), die (7) befriedigt, ist

$$v = A(\omega) \cos kx\, e^{i\omega t}, \tag{13}$$

woraus

$$k = \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c}. \tag{14}$$

Die allgemeine Lösung ist

$$v = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cos kx\, e^{i\omega t} d\omega. \tag{15}$$

Aus (15), (12) und (8) folgt

$$A(\omega) = \frac{F(\omega)}{\cos kl - kh \sin kl}. \tag{16}$$

Aus (10), (11, 1), (14), (15) und (16) erhält man:

$$\frac{p}{\varrho} = \frac{p_1}{\varrho} - c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)} \cdot \frac{i\omega + 2a}{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}} \cdot \frac{e^{i\omega t} d\omega}{\operatorname{ctg} \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c} l - \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c} h}. \tag{17}$$

Es muss bemerkt werden, dass die Integrale (12) und (17) die gleichen Integrationswege haben.

Wir setzen:

$$\frac{i\omega + 2a}{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c} l - \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c} h} = Z(\omega). \tag{18}$$

Die Aufgabe besteht in der Ermittlung des Integrals

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)} Z(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega. \tag{18, 1}$$

Möge $\frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)} \to 0$, wenn $\omega \to \infty$ (ω sei komplex).

Nach (18) für $h \neq 0$ $Z(\omega) \to 0$, wenn $\omega \to \infty$, und für $h = 0$ wird $Z(\omega) \to$ const, wenn $\omega \to \infty$. Auf diese Weise erhält man für den Halbkreis Γ mit unendlich grossem Radius, der in der oberen Halbebene gelegen ist und die reelle Achse zum Durchmesser hat, nach dem Jordanschen Satze:

$$\int_{\Gamma} \frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)} Z(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega = 0,$$

wo

$$I = 2\pi i \left(\sum R_1 + \sum R_2 \right), \tag{19}$$

wo $\sum R_1$—die den Wurzeln $\lambda(\omega)$ entsprechende Residuen,

$\sum R_2$—die den Wurzeln $\operatorname{ctg} \varphi = \beta\varphi$ entsprechende Residuen;

hierbei ist

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= kl = \frac{\sqrt{\omega^2 - i2a\omega}}{c} l \\ \beta &= \frac{h}{l} \end{aligned}\right\}. \tag{20}$$

Wenn alle Wurzel einfach sind, so erhalten wir aus der Residuumstheorie:

$$\sum R_1 = \sum_k \frac{\Phi(\omega_k)}{\lambda'(\omega_k)} Z(\omega_k)\, e^{i\omega_k t}, \tag{21}$$

wo ω_k Wurzel der Gleichung $\lambda(\omega_k) = 0$ ist.

$$\sum R_2 = \sum_s F(\omega_s) \frac{i\omega_s + 2a}{\sqrt{\omega_s^2 - i2a\omega_s}} \cdot \frac{e^{i\omega_s t}}{\frac{d}{d\omega_s}[\operatorname{ctg}\varphi_s - \beta\varphi_s]}, \tag{22}$$

wo φ_s Wurzel der Gleichung $\operatorname{ctg}\varphi_s - \beta\varphi_s = 0$ ist, und ω_s wird ermittelt aus (20):

$$\left.\begin{aligned} \omega_s &= ia \pm \xi_s, \\ \xi_s &= \sqrt{\varphi_s^2 \frac{c^2}{l^2} - a^2}. \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Nach ausgeführter Rechnung erhalten wir schliesslich:

$$\sum R_2 =$$

$$= -\frac{ic}{l} e^{-at} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{F(ia+\xi_s)e^{i\xi_s t} + F(ia-\xi_s)e^{-i\xi_s t} - \frac{ia}{\xi_s}[F(ia+\xi_s)e^{i\xi_s t} - F(ia-\xi_s)e^{-i\xi_s t}]}{\beta^2\varphi_s^2 + \beta + 1}. \tag{24}$$

Es ist leicht zu sehen, dass $\sum R_1$ die erzwungenen Schwingungen und $\sum R_2$ die Eigenschwingungen bestimmen. Man kann auch zeigen, dass, wenn $\omega_k = \omega_s$, Resonanz stattfindet, da die Amplitude der Schwingungen proportional mit der Zeit zunimmt. Für $a \neq 0$ und reelles ω_k ist Resonanz unmöglich, da alle φ_s reell sind, folglich die ω_s komplex sind, daher $\omega_k \neq \omega_s$.

Aus den vorgehenden Formelen erhalten wir statt (17):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p}{\rho} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{p_{\text{erz.}}}{\rho} + \frac{p_{\text{eig.}}}{\rho}, \\ &\text{wo} \\ &\frac{p_{\text{erz.}}}{\rho} = -2\pi ic \sum_k \frac{\Phi(\omega_k)}{\lambda'(\omega_k)} Z(\omega_k) e^{i\omega_k t} \\ &\text{—erzwungene Schwingungen,} \\ &\frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} = -2\pi \frac{c^2}{l} e^{-at} \times \\ &\times \sum_{s=1}^{\infty} \frac{F(ia+\xi_s)e^{i\xi_s t} + F(ia+\xi_s)e^{-i\xi_s t} - \frac{ia}{\xi_s}[F(ia+\xi_s)e^{i\xi_s t} - F(ia-\xi_s)e^{-i\xi_s t}]}{\beta^2\varphi_s^2 + \beta + 1} \\ &\text{—Eigenschwingungen.} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Die Formel (25) ist die gesuchte Formel.

Betrachten wir folgende Sonderfälle:

Es sei $f(t) = A = \text{const}$ für $t > 0$, $f(t) = 0$ für $t < 0$ (impulsive Veränderung der Geschwindigkeit).

Aus (11, 1) folgt:

$$F(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\lambda(\omega)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} A e^{-i\omega\alpha}\, d\alpha = \frac{A}{2\pi i} \frac{1}{\omega}, \tag{26}$$

woher

$$\Phi(\omega) = \frac{A}{2\pi i}; \quad \lambda(\omega) = \omega; \quad \omega_k = 0.$$

Aus (18):

$$Z(\omega_k) = Z(0) = 2\alpha \frac{l}{c}, \tag{27}$$

woher

$$\frac{p_{\text{erz.}}}{\rho} = -2alA, \tag{28}$$

was, wie leicht zu sehen ist, einfach der Druckverlust durch die Reibung ist.

Aus (26) und (23) folgt:

$$\left.\begin{aligned} F(ia+\xi_s) &= \frac{A}{2\pi i}\cdot\frac{1}{ia+\xi_s} = \frac{A}{2\pi i}\cdot\frac{l}{c\varphi_s}\cdot e^{-i\Theta}, \\ F(ia-\xi_s) &= \frac{A}{2\pi i}\cdot\frac{1}{ia-\xi_s} = -\frac{A}{2\pi i}\cdot\frac{l}{c\varphi_s}\cdot e^{i\Theta} \\ \operatorname{tg}\Theta &= \frac{a}{\xi_s}, \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

und hieraus, nach (25), nach einiger Rechnung

$$\frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} = -2Ace^{-at}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\sin(\xi_s t-\Theta)-\frac{a}{\xi_s}\cos(\xi_s t-\Theta)}{\varphi_s(\beta^2\varphi_s^2+\beta+1)}. \quad (30)$$

Es ist leicht zu sehen, dass, wenn $\beta = 0$, $a = 0$, (30) in die Formel von N. E. Joukowsky für den hydraulischen Stoss eines idealen Flüssigkeit übergeht. Wenn nämlich $a = 0$, $\beta = 0$, dann folgt aus (23): $\varphi_s = (2s-1)\frac{\pi}{2}$, $\xi_s = (2s-1)\frac{\pi}{2}\frac{c}{l}$, $\Theta = 0$, und aus (30)

$$\frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} = -Ac\cdot\frac{4}{\pi}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{2s-1}{2}\right)\frac{\pi ct}{l}}{2s-1}. \quad (31)$$

(31) ist die Entwicklung in eine Fourierreihe der Funktion

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} &= -Ac \text{ für } 0<t<\frac{2l}{c}, \\ \frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} &= Ac \text{ für } \frac{2l}{c}<t<\frac{4l}{c} \end{aligned}\right\} \quad (31,1)$$

wie dies auch nach der Theorie von N. E. Joukowsky sein muss.

Für $\beta = 0$, $a \neq 0$ erhalten wir aus (30):

$$\frac{p_{\text{eig.}}}{\rho} = -Ac\cdot\frac{4}{\pi}e^{-at}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\sin(\xi_s t-\Theta)-\frac{a}{\xi_s}\cos(\xi_s t-\Theta)}{2s-1}, \quad (32)$$

wo laut (23)

$$\xi_s = \sqrt{\left[\frac{(2s-1)}{2}\frac{\pi c}{l}\right]^2 - a^2}. \quad (33)$$

In dem Falle, wo die Rohrleitungen nicht zu lang sind, ist a sogar für sehr zähe Flüssigkeiten verschwindend klein gegen $\frac{\pi c}{2l}$, das heisst, man kann praktisch annehmen, dass $\xi_s = \frac{2s-1}{2}\frac{\pi c}{l}$, $\frac{a}{\xi_s} = 0$, $\Theta = 0$.

In diesem Fall unterscheiden sich (31) und (32) nur durch den Exponenten e^{-at}.

Offenbar ist hiermit die Tatsache zu erklären, dass die Versuche über den hydraulischen Stoss einer zähen Flüssigkeit, die in der Moskauer Staatsuniversität 1934—1935 angestellt wurden, für die erste Stosswelle einen Wert ergaben, der mit der Formel von Joukowsky für eine ideale Flüssigkeit zusammenfällt.

Ein Anhang zur Berechnung der Wasserkammern in den Hydrostationen und Windkesseln fur die abgeleiteten Formeln wird in einer anderen Arbeit gegeben.

Gubkinsches Naphtha-Institut,
Moskau.

Eingegangen
d. 29.VII.1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

HYDRODYNAMIK

ZUR HYDRODYNAMISCHEN THEORIE DER GITTER UND GEWISSER RANDWERTAUFGABEN, DIE AUF PERIODISCHE FUNKTIONEN EINER KOMPLEXEN VARIABLEN FÜHREN

Von L. SEDOV

(Vorgelegt von S. A. Tschaplygin, Mitglied der Akademie, d. 16. XI. 1937)

§ 1. In der vorliegenden Notiz geben wir eine Formel an, die in geschlossener Form die effektive Lösung für die Aufgabe zur Bestimmung der stetigen Bewegung einer Flüssigkeit um ein Gitter gibt, das aus einigen vertikalen Reihen horizontaler, geradliniger Strecken, auf welchen die Vertikalkomponente der Geschwindigkeit der Flüssigkeit vorgegebene Werte annimmt, zusammengesetzt ist. Auf diese Weise geben wir die exakte Lösung der Aufgabe über die augenblickliche Bewegung einer Flüssigkeit mit konstanten Zirkulationen für Gitter, die aus flachen Platten bestehen, und die vollständige Lösung für die Aufgabe über die nichtstationäre Flüssigkeitsbewegung mit konstanten Zirkulationen für Gitter, die aus dünnen, schwachgebogenen Federn in ungefähr der Anordnung, wie sie in der Theorie der dünnen Flügel verwendet wird, bestehen. Insbesondere gestattet die angeführte Formel, leicht die Lösung anzugeben der ebenen Aufgabe über die Bewegung eines dünnen Flügels zwischen zwei parallelen Wänden oder der Aufgabe über die Gleitung einer schwachgebogenen Platte, bei grossen Werten der Froudschen Zahl([1], [2]), längs der Oberfläche eines Wassers von endlicher Tiefe oder der Aufgabe über den Stoss von Platten auf Wasser von endlicher Tiefe.

§ 2. Wir bezeichnen mit D das Gebiet in der Ebene der komplexen Variablen $z = x + iy$, das durch das Äussere des Systems von Strecken dargestellt wird, das aus p Reihen von Strecken besteht, für welche $y = m\pi i;\ a_k < x < b_k\ (k = 1,\ 2,\ \ldots,\ p;\ m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots, \pm\infty)$, und aus q Reihen von Strecken, für welche

$$y = \frac{2n+1}{2}\pi i;\quad c_s < x < d_s\ (s = 1, 2, \ldots, q; n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots, \pm\infty).$$

Es werde die Funktion $F(z) = u - iv$ bestimmt (u und v sind die Projektionen der Geschwindigkeit der gestörten Flüssigkeitsbewegung auf die Koordinatenachsen), die folgenden Bedingungen genüge:

1. Im Gebiete D sei die Funktion $F(z)$ eindeutig, holomorph und von der Periode πi, d. h. $F(z + \pi i) = F(z)$.

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(z) = 0$ (in grosser Entfernung vor dem Gitter ist die Flüssigkeit in Ruhe). $\lim\limits_{x \to -\infty} F(z)$ habe einen endlichen Wert.

3. In der Nähe der Punkte a_k und $c_s + \frac{\pi i}{2}$ sei die Funktion $F(z)$ endlich (endlicher Wert der Flüssigkeitsgeschwindigkeit an den Hinterrändern—Joukowskysche Regel). In der Nähe der Punkte b_k und $d_s + \frac{\pi i}{2}$ sei $\int_0^z F(z)\,dz$ endlich.

4. Auf den Strecken $y = 0$; $a_k < x < b_k$ $(k = 1, 2, \ldots, p)$ und $y = \frac{\pi i}{2}$; $c_s < x < d_s$ $(s = 1, 2, \ldots, q)$ nehme der imaginäre Teil der Funktion $F(z)$ vorgegebene Werte an: bei Annäherung von oben—iv_1, bei Annäherung von unten—iv_2 (vorgegebene Werte der Normalgeschwindigkeiten).

Die Lösung dieser Aufgabe kann man durch die von uns in anderen Arbeiten ([3], [4], [5]) entwickelte Methode erhalten.

Wir führen die Funktion:

$$g(z) = \sqrt{\prod_{k=1}^{p} \frac{\operatorname{sh}(z - b_k)}{\operatorname{sh}(z - a_k)} \prod_{s=1}^{q} \frac{\operatorname{ch}(z - d_s)}{\operatorname{ch}(z - c_s)}}$$

ein.

Durch Benutzung der Cauchyschen Formel erhalten wir nach einfachen Umformungen die Lösung der gestellten Aufgabe in Gestalt der Funktion:

$$F(z) = -\frac{1}{2\pi g(z)} \left\{ \sum_{k=1}^{p} \int_{a_k}^{b_k} (v_1 + v_2)\, g_1(\zeta) [\operatorname{cth}(\zeta - z) + 1]\, d\zeta + \right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{q} \int_{c_s + \frac{\pi i}{2}}^{d_s + \frac{\pi i}{2}} (v_1 + v_2)\, g_1(\zeta) [\operatorname{cth}(\zeta - z) + 1]\, d\zeta \right\} -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{k=1}^{p} \int_{a_k}^{b_k} (v_1 - v_2) [\operatorname{cth}(\zeta - z) + 1]\, d\zeta + \right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{q} \int_{c_s + \frac{\pi i}{2}}^{d_s + \frac{\pi i}{2}} (v_1 - v_2) [\operatorname{cth}(\zeta - z) + 1]\, d\zeta \right\}. \qquad (1)$$

Hier bedeutet $g_1(z)$ den Wert von $g(z)$ bei Annäherung von oben an die Schnitte des Gebietes D.

§ 3. Bei stationärer Bewegung des Gitters von der Periode iH mit der Translationsgeschwindigkeit $U_0 + iV_0$ gelten für die Projektionen der resultierenden Kraft, die auf die Federn in einer Periode wirkt, folgende Formeln:

$$X = \rho H \bar{v} \left(V_0 - \frac{\bar{v}}{2} \right); \qquad Y = -\rho H \bar{v} U_0, \qquad (2)$$

wo ρ—die Flüssigkeitsdichte und $\bar{v}$—die absolute Flüssigkeitsgeschwindigkeit für $x = -\infty$ ist. Aus Formel (1) erhalten wir:

$$\bar{v} = i \lim_{z=-\infty} F(z) = -\frac{1}{\pi g(-\infty)} \left[\sum_{k=1}^{p} \int_{a_k}^{b_k} (v_1 + v_2)\, g_1(\zeta)\, d\zeta + \right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{q} \int_{c_s + \frac{\pi i}{2}}^{d_s + \frac{\pi i}{2}} (v_1 + v_2)\, g_1(\zeta)\, d\zeta \right]. \qquad (3)$$

Da die Integrale $\int_{a_k}^{b_k}(v_1 - v_2)\,d\zeta$ und $\int_{c_s+\frac{\pi i}{2}}^{d_s+\frac{\pi i}{2}}(v_1 - v_2)\,d\zeta$ gleich der abgegebenen Flüssigkeitsmenge längs der die Federn umschliessenden Kurven sind, so sind dieselben gleich Null.

§ 4. Wenn das Gitter aus flachen parallelen Platten besteht und sich translatorisch bewegt, dann ist $v_1(x) = v_2(x) = v_0 = \text{const}$. In diesem Falle sind die Integrale in Formel (1) leicht zu berechnen und wir erhalten

$$F(z) = u - iv = -iv_0\left[1 - \frac{g(+\infty)}{g(z)}\right]. \tag{4}$$

Es sei $w_0(z)$ die charakteristische Stromfunktion der Bewegung der Flüssigkeit mit endlichen Geschwindigkeiten an den Hinterrändern des unbeweglichen Gitters, das aus flachen parallelen Platten besteht. Aus Formel (4) erhalten wir:

$$\frac{dw_0}{dz} = u_\infty - i\,\frac{v_\infty\, g(+\infty)}{g(z)}, \tag{5}$$

wo u_∞ und v_∞ die Geschwindigkeitsprojektionen der Flüssigkeit bei $x = +\infty$ sind.

§ 5. Für den Sonderfall $q = 0$; $p = 1$; $a_1 = -a$; $b_1 = +a$ haben die Formeln (1) und (5) das Gestalt:

$$F(z) = -\frac{i}{2\pi}\sqrt{\frac{\operatorname{sh}(z+a)}{\operatorname{sh}(z-a)}}\int_{-a}^{+a}(v_1 + v_2)\sqrt{\frac{\operatorname{sh}(a-x)}{\operatorname{sh}(a+x)}}[\operatorname{cth}(x-z)+1]\,dx -$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{+a}(v_1 - v_2)[\operatorname{cth}(x-z)+1]\,dx \tag{6}$$

und

$$\frac{dw_0}{dz} = u_\infty - iv_\infty e^{-a}\sqrt{\frac{\operatorname{sh}(z+a)}{\operatorname{sh}(z-a)}}. \tag{7}$$

In diesem Falle wird die reine Zirkulationsströmung des unbeweglichen Gitters mit der Zirkulation Γ durch folgende Formel dargestellt:

$$\frac{dw^*}{dz} = \frac{\Gamma}{2\pi i}\,\frac{\operatorname{sh} z}{\sqrt{\operatorname{sh}(z-a)\operatorname{sh}(z+a)}}. \tag{8}$$

Indem wir mit $w_{00}(z)$ die charakteristische Stromfunktion für ein unbewegliches Gitter mit Zirkulation, die gleich Null ist, um jede Platte bezeichnen, finden wir aus (7) und (8):

$$w_{00}(z) = u_\infty z - iv_\infty \ln\frac{\operatorname{ch} z + \sqrt{\operatorname{ch}^2 z - \operatorname{ch}^2 a}}{\operatorname{ch} a}. \tag{9}$$

Das Gebiet D in der z-Ebene wird durch die Beziehung (9) auf eine schräge Reihe horizontaler Strecken in der w_{00}-Ebene konform abgebildet. Die geometrischen Parameter des schrägen Gitters in der w_{00}-Ebene sind durch die Grössen u_∞, v_∞ und a bestimmt.

Die Summe der Formeln (6) und (8) mit entsprechendem Werte von Γ und die Formel (9) geben in Parameterdarstellung die Lösung der Aufgabe, die der in § 2 für die schrägen Strecken in der Ebene der komplexen Variablen w_{00} formulierten ähnlich ist. (In diesem Falle ist die Periode eine gewisse komplexe Zahl.) Auf analoge Weise kann man die Lösung der betreffenden Aufgabe für schräge Gitter, die aus einigen Reihen bestehen, erhalten.

§ 6. Die Geschwindigkeitsfunktion $\frac{dw}{dz_1}$ für die absolute gestörte Flüssigkeitsbewegung bei Gleitung eines schwachgebogenen Profils mit kleinen Anstellwinkeln längs der Oberfläche einer gewichtslosen Flüssigkeit von endlichen Tiefe, oder bei Bewegung eines dünnen Profils zwishen zwei parallelen Wänden ist durch Formel (1) für den Sonderfall gegeben, wenn $p = 1$; $q = 1$; $a_1 = c_1 = -a$; $b_1 = d_1 = +a$ und $v_1 = v_2 = v_n(x)$ für $y = 0$ und $v_1 = v_2 = -v_n(x)$ für $y = \frac{\pi i}{2}$, wobei $v_n(x)$ die Normalkomponente der Geschwindigkeit am Profil ist.

Somit haben wir:

$$\frac{dw}{dz_1} = u - iv = -\frac{2i}{\pi}\sqrt{\frac{\operatorname{sh} 2(z+a)}{\operatorname{sh} 2(z-a)}}\int_{-a}^{+a}\frac{v_n(x)}{\operatorname{sh} 2(x-z)}\sqrt{\frac{\operatorname{sh} 2(a-x)}{\operatorname{sh} 2(a+x)}}\,dx, \quad (10)$$

wo $z_1 = \frac{2H}{\pi}z$, und H der Abstand zwischen den Wänden oder die doppelte Tiefe des Wassers bei der Gleitung ist.

Für die Projektionen der Kraft, die auf einen dünnen Flügel wirkt, der sich zwischen zwei parallelen Wänden mit konstanter Geschwindigkeit U_0 bewegt, gelten die Formeln:

$$X = 0; \qquad Y = \frac{2\rho}{\pi}HU_0\Gamma_0, \quad (11)$$

wo $\Gamma_0 = \int_C \frac{dw}{dz_1}dz$, C—eine den Flügel umschliessende Kurve ist; $\frac{2H\Gamma_0}{\pi}$ stellt die Zirkulation um den Flügel dar.

Für die ebene Platte $v_n(x) = -U_0\alpha$ (α—Anstellwinkel) gilt die Beziehung:

$$\Gamma_0 = \frac{2\pi}{v_n}[F^2(z)(z-a)]_{z=a} = -\frac{16U_0\alpha}{\pi}\operatorname{sh} 4a\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{1+\operatorname{sh}^2 2a\sin^2\varphi}}\right]^2. \quad (12)$$

§ 7. Aus Formel (10) ist leicht die Formel für die Geschwindigkeitsfunktion bei Stoss einer ebenen Platte auf Wasser von endlicher Tiefe zu erhalten. Diese Aufgabe ist auf anderem Wege von M. Keldysch ([6]) gelöst worden. Hierzu genügt es, in der Formel (10) $v(x) = v_0$ zu halbieren, wo v_0 die Geschwindigkeit der Platte nach dem Stosse ist, und eine rein zirkuläre Strömung mit der Zirkulation $-\frac{2H\Gamma_0}{\pi}$ hinzuzufügen.

Somit hat die Geschwindigkeitsfunktion für die gestörte Strömung beim Stoss einer ebenen Platte auf Wasser von endlicher Tiefe folgendes Aussehen:

$$\frac{dw_{00}}{dz} = \frac{iv_0}{\pi\sqrt{\operatorname{sh}^2 2z - \operatorname{sh}^2 2a}}\int_{-a}^{+a}\frac{\operatorname{ch} 2(z+x) - \operatorname{ch} 4a\operatorname{ch} 2(z-x)}{\operatorname{sh} 2(x-z)\sqrt{\operatorname{sh}^2 2a - \operatorname{sh}^2 2x}}\,dx.$$

Analog kann man die gestörte Strömung beim Stoss vieler Platten auf Wasser berechnen, sowie auch für den Fall, wo die Winkelgeschwindigkeit der Rotation der Platten nach dem Stosse von Null verschieden ist.

Zentrales Aero-hydrodynamisches Institut
N. E. Joukowsky. Moskau.

Eingegangen
d. 16. XI. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] H. Wagner, ZS. ang. Math. u. Mech., H. 4 (1932). [2] L. Sedov, Ber. d. Konferenz über die Theorie des Wellenwiderstandes (1937). [3] L. Sedov, Veröffentl. d. Zentr. Aero-hydrodynam. Inst. N. E. Joukowsky, Lief. 252 (1936). [4] L. Sedov, ibidem, Lief. 325 (1937). [5] M. Keldysch et L. Sedov, C. R. Acad. Sci. URSS, XVI, № 1 (1937). [6] M. Keldysch, Veröffentl. d. Zentr. Aero-hydrodynam. Inst., Lief. 152 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

PHYSICS

VISCOSITY OF LIQUID HELIUM BELOW THE λ-POINT

By P. KAPITZA, Corresponding Member of the Academy

Liquid helium at reduced pressure, in passing below the temperature 2.19° K, transforms into a different modification, which is known as helium II and has a number of interesting properties. One of its most remarkable properties recently discovered by Keesom (1), is that its thermal conductivity appears to be three million times greater than that of the higher temperature modification (helium I). Further investigation of this thermal conductivity by Allen, Peierls, and Uddin(2) has shown that it differs from ordinary thermal conductivities also in depending on the temperature gradient.

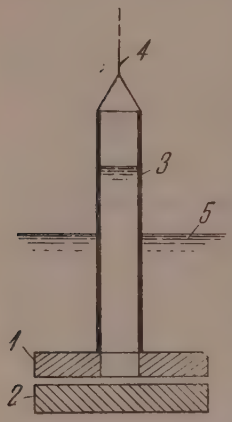
It occurred to me that perhaps these anomalous properties could be explained by supposing that the transport of heat takes place by convection currents instead of being due to a high thermal conductivity. In order that such convection currents should be able to form, and to be maintained, helium II would have to have an exceptionally low viscosity. The only measurements on the viscosity of liquid helium up to the present have been made in Toronto (3) and showed that there was only a comparatively slight drop of the viscosity in the transformation from helium I to II; thus the viscosity below the λ-point was three times less than that of liquid helium at normal pressure (4.22° K), and eight times less than just above the λ-point (2.40° K). Unfortunately in these measurements, no attempt was made to determine whether the fluid motion was laminar or turbulent. The importance of knowing this is that liquid helium has a density $\rho=0.15$, not very different from that of an ordinary liquid, while its viscosity μ is comparable to that of a gas, so that its kinematic viscosity $\nu=\mu/\rho$ is exceptionally small compared with that of all other known fluids. Consequently if the viscosity is measured in an ordinary viscosimeter, it is necessary to be very careful to see that the Reynolds number should not be too large, in order that the motion should remain laminar. In particular, in the method used in Toronto, that of observing the damping of rotational oscillations of a cylinder in the liquid, the Reynolds number has to be especially small, since the turbulent state occurs particularly easily in this type of motion.

From the details of the Toronto experiments it can be shown that this condition was not satisfied, and consequently that the results really refer to turbulent motion. Thus their results do not give the real viscosity, but a value which may be any number of times larger than the true one.*

* Further measurements have shown that the viscosity of helium I is, to an accuracy of 5%, independent of temperature from 4.22°K down to the λ-point (2.19°K), and that

We see that the problem of measuring the viscosity of liquid helium is a particularly difficult one, since the method must be such as to preserve laminar motion even with an exceptionally low kinematic viscosity. We have developed the following method for measuring viscosities of liquids whose kinematic viscosity is much lower than usual. The apparatus is shown schematically in the figure.

The viscosity was measured by the difference of pressures of the liquid flowing in the very narrow gap between the glass discs *1* and *2*, which were optically flat, and whose separation could be adjusted by thin mica distance pieces. The external diameter of the discs was 3 cm, and the upper disc had a hole in its centre, 1.5 cm diameter, above which was fixed the tube *3*. By means of the thread *4*, this whole arrangement could be raised or lowered in the liquid helium, and the liquid level in the tube *3* could be set higher or lower than the level (*5*) in the surrounding Dewar vessel. The quantity of liquid flowing, and the pressure, given by the difference of levels, were measured by means of a cathetometer.



The measurements produced interesting results from the first. In the case when the discs were pressed together without any mica distance pieces—the gap was estimated as 0.5 microns by observation of the interference fringes—helium I could hardly flow through the gap at all; thus in the course of several minutes the height of the column in tube *3* changed by only a fraction of a millimetre. In the case of helium II, however, a marked flow was observed, and the levels equalized in the course of a few seconds.

From the numerical data provided by the measurements, we could conclude that the viscosity of helium II was at least 1 500 times less than that of helium I at 4.22° K. The results also showed that the rate of flow was proportional to the square root of the pressure difference which means that in our case the flow through the gap was still turbulent. If, however, we calculate the viscosity assuming the flow to have been laminar, we obtain the order of magnitude as 10^{-9} CGS units, which is evidently still only an upper limit to the true viscosity, which may be any number of times smaller. From the data we can also find a lower limit for the Reynolds number, and this comes out to be 50 000, so that turbulence could easily have occurred even in our narrow gap.

We are now developing a method with which we hope to set a still lower limit to the viscosity of helium II, but the results described above are already sufficiently remarkable, since the viscosity 10^{-9} of helium II, is at least 10 000 times less than that of gaseous hydrogen at low temperatures (when its viscosity is least)—until now supposed to be the least viscous of all fluids. I think that our upper limit is already sufficiently low to consider, by analogy with superconductivity, that liquid helium below the λ-point assumes a special kind of state, which can be called a «super-fluid».

---

its magnitude is approximately $11 \cdot 10^{-6}$ CGS units. This provides experimental confirmation of the fact that the viscosity value obtained in Toronto, even for helium I, is much higher than the true one. The temperature dependence found there can probably be explained by the increase of density which occurs when the temperature is reduced to the λ-point; the increase of density increases the turbulence thus causing an apparent increase of viscosity.

20—XII—1937. *P. Kapitza*

As we have already mentioned, this exceptional fluidity supports the explanation given at the beginning of the article, for the abnormal thermal conductivity and other anomalies of helium II. Evidently the turbulence which can be set up in helium II in the course of the technical manipulations of the experiments, will not be able to die away, even in the narrow capillaries used in the thermal conductivity measurements. Such turbulent motion would of course provide a much more efficient means of heat transport than ordinary conductivity. The great fluidity of helium II also makes it very easy for convection currents to arise, whose magnitude will depend on the temperature difference for which the thermal conductivity is measured. In this way it is possible to explain the anomalies observed by Allen, Peierls, and Uddin..

Institute for Physical Problems.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
10. XII. 1937.

REFERENCES

[1] Physica, **3**, 359 (1936). [2] Nature, **140**, 62 (1937). [3] Burton, Nature, **135**, 265 (1935); Wilhelm, Misener a. Clark, Proc. Roy. Soc., A. **151**, 342 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

PHYSICS

ON THE POSSIBILITY OF OBTAINING HIGH COEFFICIENTS OF SOUND ABSORPTION BY USING SYSTEMS OF RESONATORS

By S. N. RSCHEVKIN (RŽEVKIN)

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 28. X. 1937)

Sound absorbers of the usual type, i. e. porous bodies of some structure or other, are unable to give a considerable absorption at low frequencies. It is, however, the absorption of sounds having a frequency below 200 Hz that is of great interest from the point of view of the improvement of the acoustic properties of a number of rooms and, more particularly, in eliminating the echo arising when sound is reflected from the walls and ceilings of very large halls.

As shown in my previous papers (1), resonance systems consisting of numerous resonators make it possible to obtain a selective absorption of sound at frequencies approaching resonance. In that investigation it was assumed that every individual resonator absorbed and radiated sound independently of the neighbouring resonators. Under such conditions, resonance absorption does not attain high values, since the resistance of radiation from isolated resonators is negligible as compared with the value of the radiation resistance of air (ρc).

This paper is an attempt to compute the sound absorbing effect of resonance systems based on the assumption that the resonators are distributed, according to some two-dimensional lattice, over a surface very great as compared with the wave length.

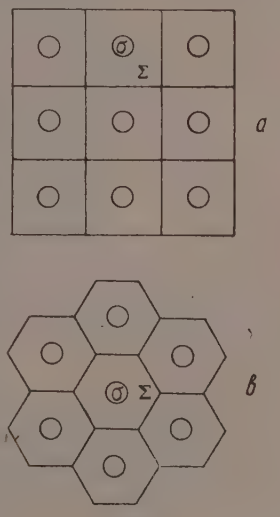


Fig. 1.

Let us suppose that the individual resonators communicate with the air by means of openings of area σ (Fig. 1, *a* and *b*) distributed over a regular lattice, at the rate of one aperture per area Σ. If the incidence of sound is normal to the surface we are justified in believing that, if the intervals between the apertures are small compared with the wave length, nothing will be changed in the process of sound propagation through the introduction of rigid tubes of section Σ, in the centres of which are the apertures σ. If the angle of incidence of the sound is φ it may be also assumed that the wave process is restricted by

rigid-walled tubes resting on area Σ, i. e. having a section of $\Sigma \cos\varphi$, all the other considerations remaining unchanged.

We may thus consider the propagation of sound in the tube and its reflection at the boundary of a solid surface, having but one aperture of area σ leading to some resonance system lying within that surface.

Both the velocity of particles and the pressure in the incident plane wave may be given in the usual form:

$$\dot{\xi}_i = A_0 e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{and} \quad p_i = \rho c A_0 e^{j(\omega t - kx)} \tag{1}$$

and in a reflected one in the form:

$$\dot{\xi}_r = A_1 e^{j(\omega t + kx)} \quad \text{and} \quad p_r = \rho c A_1 e^{j(\omega t + kx)}, \tag{2}$$

where ω is the angular frequency of sound, and $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ — the wave number; the origin of the coordinates $x = 0$ is assumed to lie near the surface of the wall.

Assuming the wave length to be great as compared with the section of the tube $(\lambda \gg \sqrt{\Sigma})$ the problem of reflection from the resonator at the extremity of the tube may be treated by a simplified method. We shall isolate a transition layer of length a (Fig. 2), small as compared to λ, and shall assume that on one side of the layer we have: a plane incident and a plane reflected wave, while on the other side we have some quasi-stationary vibratory process in the neck of the resonator. The origin of the coordinates, $x = 0$, may be placed near the wall, but in that portion of tube, where the wave process becomes plane. The transition layer may be regarded as a frictionless acoustic transformer, it being assumed that, in view of the smallness of a, the transition from the pressure in the region of the tube to the pressure p_t at the entrance of resonator is continuous, i. e.:

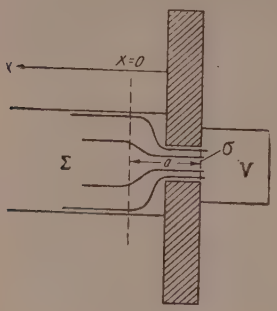


Fig. 2.

$$p_i(0) + p_r(0) = p_t. \tag{3}$$

The volume velocity at $x = 0$, which is equal to $\Sigma[\dot{\xi}_i(0) - \dot{\xi}_r(0)]$, should enter in full into the neck of the resonator, the distortion of the lines of flow being confined to a narrow transition layer a. We may thus write:

$$\Sigma[\dot{\xi}_i(0) - \dot{\xi}_r(0)] = \sigma \dot{\xi}_t. \tag{4}$$

The conditions (3) and (4) are thus the boundary conditions of our problem.

On the supposition that λ is much greater than the dimensions of the resonators, the velocity in the neck and the pressure in the opening of resonator may be given, for steady state of vibrations, in the form:

$$\dot{\xi}_t = A_2 e^{j\omega t} \quad \text{and} \quad p_t = \frac{Z}{\sigma} A_2 e^{j\omega t}, \tag{5}$$

where $Z = R + jY$ is the impedance of the resonator.

By substituting the values from (1), (2) and (5) into (3) and (4), we obtain two conditions:

$$\rho c (A_0 + A_1) = \frac{Z}{\sigma} A_2 \quad \text{and} \quad \Sigma (A_0 - A_1) = \sigma A_2 \tag{6}$$

whence we find:

$$\frac{A_1}{A_0} = 1 - \frac{2\frac{\sigma}{\Sigma}}{\frac{\sigma}{\Sigma} + \frac{\Sigma}{\sigma\rho c}} = \frac{\frac{Z}{\sigma\rho c} - \frac{\sigma}{\Sigma}}{\frac{Z}{\sigma\rho c} + \frac{\sigma}{\Sigma}} \tag{7}$$

and

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2}{\frac{Z}{\sigma\rho c} + \frac{\sigma}{\Sigma}}. \tag{8}$$

The coefficient of reflection will thus be:

$$r = \frac{A_1}{A_0} = \frac{\frac{Z}{u^2} - \Sigma\rho c}{\frac{Z}{u^2} + \Sigma\rho c} = \frac{Z - u^2\Sigma\rho c}{Z + u^2\Sigma\rho c}. \tag{9}$$

Fig. 3.

In this equation $u = \frac{\sigma}{\Sigma}$ may be termed the «coefficient of perforation». It is the wall area taken up by the apertures. $\frac{1}{u} = \frac{\Sigma}{\sigma}$ may be regarded as the «coefficient of transformation» at the passage of the wave from section Σ to section σ. The wave falling through the tube of section Σ is thus reflected at the end from impedance $\frac{Z}{u^2}$ which is the impedance of the neck of the resonator transformed to the tube section. The considerations set forth above are absolutely identical to those used in calculating the work done by the air chamber of a horn loudspeaker or grammophone.

It is evident from (9) that no reflection from a system of resonators will take place unless both the real and the imaginary portion of the numerator are equal to zero. We thus have the following two conditions of a full absorption of sound:

$$R - u^2\Sigma\rho c = 0, \tag{10}$$

$$Y = 0. \tag{11}$$

As may easily be seen, the first of these conditions determines the values of friction in the opening, while the second leads to the determination of the resonance frequency. For resonators of the Helmholtz type (Fig. 3, *a*) with a long neck, and in the case of apertures of not too small a diameter, we may assume, leaving out of account the effect of damping due to the heat conduction and vibration of the walls and making an allowance for friction according to Rayleigh (2):

$$Y = \frac{\sigma^2\rho}{K}\omega - \frac{\sigma^2\rho c^2}{V\omega} + \frac{\sigma l}{r_0}\sqrt{2\rho\mu\omega}, \tag{12}$$

$$R = \frac{\sigma l}{r_0}\sqrt{2\rho\mu\omega}, \tag{13}$$

where l is the length and K—the conductivity of the neck, V—the volume of the resonator, r_0—the radius of the neck, $\mu \approx 2 \cdot 10^{-4}$—the coefficient of the internal friction of the air.

For resonators with a very short neck (Fig. 3,*b*), we may as shown by Rayleigh ([3]), assume the conductivity $K = 2r_0$, while the length of the «equivalent» neck may be assumed to be equal to

$$l' = \frac{\sigma}{K} = \frac{\pi r_0}{2r_0} = 1.57 r_0. \tag{14}$$

In his paper on the impedance of apertures Sivian ([4]) assumes, however (on the ground of the piston diaphragm theory):

$$l' = \frac{16 r_0}{3\pi} = 1.7 r_0, \tag{15}$$

and finds a good agreement with experiment. For a neck of a length not too great as compared with the diameter of the neck a correction should be introduced for the open ends of the tube, it being possible to regard

$$l'' = l + l' \approx l + 1.7 r_0 \tag{16}$$

as the equivalent length of the neck.

In studying the passage of sound through the openings in the diaphragm placed in the tube, Malužinec ([5]) found in analysing the data of Wintergerst, quite a different value for the resistance of the aperture (reduced to the section of tube Σ)

$$\overline{R} = 0.22 \frac{\Sigma^2}{\sigma^{1/2}}. \tag{17}$$

In order to put (17) in accordance with our formula (13), we multiply (17) by u^2 and obtain:

$$R = 0.22 \sigma^{3/2} = 0.22 \sqrt{\pi} \cdot \sigma r_0. \tag{17'}$$

This expression differs essentially from (13), since here is no dependence on frequency at all.

The accomplishment of conditions (10) and (11) gives a full absorption at resonance frequency f_0. Frequencies above or below f_0 would give rise to a certain amount of reflection. Admitting as possible a coefficient of absorption α_1, i. e. a coefficient of reflection (relatively to energy) $|r|^2 = 1 - \alpha_1$, it can easily be shown that both the active and the reactive components of the impedance may be caused to vary within a fairly wide range without α falling below a given value of α_1.

Denoting

$$\frac{Z}{u^2 \Sigma \rho c} = \frac{R}{u^2 \Sigma \rho c} + j \frac{Y}{u^2 \Sigma \rho c} = R_1 + j Y_1$$

and introducing the coefficient of absorption α_1, we may reduce the condition (10) to the form:

$$\alpha_1 = \frac{4 R_1}{(R_1 + 1)^2 + Y_1^2} \tag{18}$$

or

$$\left(R_1 - \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1}\right)^2 + Y_1^2 = \left(\frac{2\sqrt{1 - \alpha_1}}{\alpha_1}\right)^2. \tag{19}$$

This is the equation of the circle in the coordinate plane R_1 and Y_1, with its centre on axis R_1 at $R_1 = \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1}$ and a radius equal to $R_0 = \frac{2\sqrt{1 - \alpha_1}}{\alpha_1}$. The values of R_1 and Y_1 at which $\alpha > \alpha_1$ lie within the circle of radius R_0.

The widest admissible range of variation of R_1, subject to α remaining, say, greater than 0.9, is from 0.52 to 1.92, i. e. R_1 may vary by nearly four times. The greatest possible variation of the reactive component relatively to the active one $\frac{Y}{R} = \frac{Y_1}{R_1}$ (i. e. the greatest allowable distuning) is, under conditions $\alpha \leqslant \alpha_1$, equal to:

$$\frac{Y_1}{R_1} \leqslant 2\frac{\sqrt{1-\alpha_1}}{\alpha_1}. \tag{20}$$

At $\alpha \geqslant 0.9$ we have $\frac{Y_1}{R_1} \leqslant 0.70$, $R_1 = 0.82$ and $Y_1 = 0.57$. At $R_1 = 1$, which corresponds to an exact fulfilment of condition (10), the allowable range of variation of $\frac{Y_1}{R_1}$ is narrower than at $R_1 = 0.82$, i. e. a smaller distuning is allowable, if absorption must be equal or more than 0.9.

The fulfilment of condition (20) results in the limitation of the resonance system decrement, namely:

$$\vartheta \geqslant \pi\frac{\alpha_1}{2\sqrt{1-\alpha_1}}. \tag{21}$$

If $\alpha \geqslant 0.9$ $\vartheta \geqslant 4.5$, i. a. the decrement must be very high, the system practically verging on aperiodicity. Inasmuch as the value of Y_1 depends on frequency, it is evident that the maximum allowable range of variation of Y_1 determines the degree of the allowable variation of frequency, i. e. the width of that range of frequencies within which the given system would give a coefficient of absorption not below a definite value.

It is easy to show that a full absorption of sound at a low frequency e. g. at $f = 100$ Hz, so difficult to attain with porous absorbers, is quite attainable with a system of resonators, the absorption being obtainable owing solely to the friction of air in the neck. Thus, taking $\Sigma = 50 \times 50$ cm^2; $l = 5$ cm; $2r_0 = 2$ cm, and the volume of the resonator 1400 cm^3 $= 11^3$ cm^3, we obtain a full absorption of sound, i. e. $r = 0$ ($\alpha = 1$). Such a resonance system, however, would possess a very low damping decrement (only 0.04) and would absorb sound within a very narrow range of frequencies. In the case of a resonator with an opening of $2r_0 = 0.25$ cm (without a neck), at $\Sigma = 58$ cm^2 $= 7.5 \times 7.5$ cm^2, and volume $V = 720$ cm^3, a complete absorption is also obtained at $f = 100$ Hz, the decrement ϑ being 0.55, i. e. a fairly wide resonance range is obtained. As shown by these rough computations, a complete absorption of sound is fully obtainable with the aid of resonance systems of the type described above.

At small angles of incidence (below 30°), the reflection conditions will differ but little from normal incidence, as at $\varphi = 30°$, the value of $\Sigma \cos\varphi = 0.87\,\Sigma$ would be only 13% less than at normal incidence.

No reflection of sound impulses will take place if a complete absorption of stationary waves has been obtained over the whole range of frequencies, since an impulse may be represented, by developing it in the form of Fourier integral, as a continuous sound spectrum.

The considerations set forth above are only approximate and are meant to show that it is quite possible to obtain high coefficient of sound absorption by using resonators. To discover a practical way of solving this problem, we must first of all enlarge our knowledge of the

impedance of apertures and conduits, but such literature data as are available on the subject are both deficient and contradictory. An experimental investigation is needed to account for the discrepancies found in the results obtained by different authors.

P. N. Lebedev Physical Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
25. XI. 1937.

REFERENCES

[1] С. Н. Ржевкин, Журн. техн. физики, **6**, 2103 (1936). [2] Rayleigh, Theory of Sound, II, 317, London (1929). [3] Rayleigh, l. c., p. 172. [4] L. Sivian. Journ. Acoust. Soc., **7**, 94 (1935). [5] Г. Д. Малюжинец, Доклад на засед. Акустич. к-ссии А. Н. в 1936 г.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

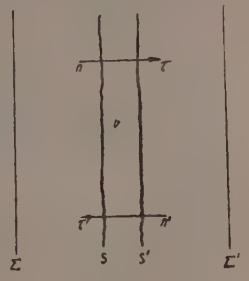
PHYSICS

PHOTOMETRIC INVARIANT

By A. A. GERŠUN

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 17. XI. 1937)

Let us consider an infinite layer v, contiguous to mediums whose refraction indices are n and n' respectively (Figure). The layer may be a non-homogeneous one with its surfaces S and S' worked anywise. Assume that the layer and mediums did not absorb light. Let be τ the coefficient of transmitting capacity of the layer to diffused light entering it through the surface S from the medium with refraction index n; and τ', the same for diffused light of the same spectral composition entering through the surface S' from the medium with refraction index n'.



Then

$$n^2\tau = n'^2\tau'.$$

This relation ensues from the following reasoning. We conceive of two planes Σ and Σ', parallel to the layer, radiating as an absolute black body, and both at the same temperature. We take as unit the radiation density (flux radiating from unit area) of the black body in vacuum at the given temperature and, according to Kirchhoff law, obtain u^2 and n'^2 for the radiation densities of the surfaces Σ and Σ' respectively. On account of the second principle of the thermodynamics we conclude that the density of the flux incident from S upon S' is equal to that of the flux incident from S' upon S; this proves the validity of the above relation.

In particular case, when

$$n = n',$$

we have

$$\tau = \tau'.$$

Any plane-parallel layer (e. g. glass with one frosted side) transmits diffused light independently of the side the light is falling upon.

We shall envisage another case when the layer is reduced to the interface between the mediums with coefficients of refraction n and n'. It is sufficient for that purpose to suppose the refraction coefficient of the layer to be equal to n or n'.

Denote the coefficient of diffused light reflection by the interface with ρ, for the light coming from the medium with the coefficient of refraction n, and with ρ', for the light coming from the medium with the coefficient of refraction n'.

In this case, the invariant may be written as follows:

$$n^2(1-\rho) = n'^2(1-\rho').$$

This relation allows, for instance, to readily compute ρ' when n, n' and ρ are known.

By way of example we shall take a glass plate ($n' = 1.52$) with polished sides, surrounded by air ($n = 1$).

The coefficient of reflection by the plate surface of the incident diffused light coming from the air will be $\rho = 0.095$ (1). Making use of the above relation we find the coefficient of diffused light reflection from the inner side of the interface to be $\rho' = 0.61$.

The value of ρ' markedly exceeds that of ρ owing to the complete inner reflection taking place when the light falls from inside. The compositively weak transmission of light by opal glass is due to that fact (2). One may expect, therefore, that a feasible working of the outer surface of the opal glass (that is coating it with a film of a low coefficient of refraction) will considerably rise the quality of the opal glass.

State Optical Institute.
Leningrad.

Received
19. XI. 1937.

REFERENCES

[1] А. Гершун, Тр. Государств. оптич. ин-та, IV, вып. 38 (1928). [2] А. Гершун. Тр. Государств. оптич. ин-та, IX, вып. 99 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

CHEMIE

UNTERSUCHUNG DER ZERSETZUNGSPRODUKTE DES LIGNINS

Von P. A. BOBROV, L. I. KOLOTOVA und V. A. ZAMJATINA*

(Vorgelegt von A. E. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 31. X. 1937)

Gewisse Beobachtungen, die von verschiedenen Forschern in den vorangegangenen Jahren gemacht wurden, wie z. B. die Arbeiten von Hägglund (1) und Hawley (2) und insbesondere eine in letzter Zeit (3) erschienene Reihe von Arbeiten geben eine hinreichende Begründung für eine kritische Stellungnahme zu den Methoden der Abtrennung und Untersuchung des Lignins und hinsichtlich derjenigen Ergebnisse, die auf diesen Wegen erhalten wurden. Am wahrscheinlichsten ist die Annahme, dass bei der Abtrennung des Lignins aus Holzfaser nach den üblichen Methoden letzteres unter dem Einfluss der verwendeten Reagenzien und den Bearbeitungsbedingungen wesentliche Veränderungen erfährt. Daher wurde in unserer Arbeit die gewöhnliche Arbeitsmethodik zur Abtrennung des Lignins und dessen weiterer Verarbeitung wesentlich abgeändert.

Unserer Arbeit legten wir die längst gemachte Beobachtung zugrunde, dass sich das Lignin und die Zellulose der Holzfaser oxydierenden Reaktiven gegenüber, wie z. B. Chlordioxyd, Ozon u. a. (4), verschieden verhalten. Der Unterschied zwischen der Oxydierbarkeit des Lignins und der Zellulose ist so scharf ausgeprägt, dass er als Ausgangspunkt zur Ausarbeitung einiger Methoden zur quantitativen Bestimmung der Zellulose dient.

Bei der Bearbeitung der Holzfaser mit einer Wasserstoffperoxydlösung von bestimmter Konzentration geht das Lignin gemeinsam mit den Hemizellulosen in die Lösung über, während die Zellulose fast gänzlich im unlöslichen Rückstande zurückbleibt. Der Übergang der Hemizellulosen der Holzfaser in die Lösung erschwert, bei einer derartigen Bearbeitung, die Untersuchung der Oxydationsprodukte des Lignins, da dank der grossen Zahl der zu den Hemizellulosen bezüglichen Komponenten die Abtrennung und Untersuchung der Oxydationsprodukte grosse Schwierigkeiten bereitet. Daher war ein zweites wesentliches Moment in unserer Arbeit—die voraufgehende Bearbeitung der Holzfaser in wässriger Lösung unter Druck. Mit dieser Bearbeitung erzielt man fast vollständige Entfernung der Hemizellulosen der Holzfaser, die in die wässrige Lösung übergehen. Nach der Behandlung im Autoklaven erhält man einen Rückstand der Holzfaser, welcher hauptsächlich Lignin und Zellulose enthält und welcher weiterhin einer Oxydation mittels Wasserstoffperoxyd unterzogen wird, wobei das Lignin vollständig in die wässrige Lösung geht und bei guter Ausbeute die charakteristischen Oxydationsprodukte gibt. Zu den unerwünschten Eigen-

* V. A. Zamjatina führte die Behandlung der Holzfaser im Autoklaven durch.

schaften des Oxydationsreaktivs ist dessen Vermögen, bei entsprechenden Bedingungen die ursprünglich sich bildenden Oxydationsprodukte (Säuren) weiter bis zu Kohlensäure und Wasser zu oxydieren, zu rechnen. Die Salze der Säuren sind unvergleichlich stabiler als die freien Säuren, und aus diesem Grunde wurde die Oxydation unter Neutralisation der sich während der Oxydation bildenden Säuren vorgenommen. Zu diesem Zwecke wurde Natriumbikarbonat, Ätznatron und frisch niedergeschlagenes kohlensaures Barium benutzt. Um die nachfolgende Wirkung des Wasserstoffperoxyds auf die Oxydationsprodukte möglichst ganz auszuschliessen, führten wir die Oxydation des Lignins bei Zimmertemperatur in Gegenwart von kohlensaurem Barium 2—3 Tage lang, worauf die wässrige Lösung der Bariumsalze von dem Lignin- und Zelluloserückstand abfiltriert wurde. Das zurückbleibende Lignin wurde bei den gleichen Bedingungen wiederholt der Oxydation unterworfen. Die Bearbeitung wurde einigemal wiederholt (bis zu 6 mal), bis im Rückstande nur noch Zellulose war, was durch Analyse des Rückstands festgestellt wurde. Die abfiltrierten Salzlösungen enthielten etwas unverarbeitetes Wasserstoffperoxyd, dessen Entfernung ursprünglich durch Verdampfung im Vakuum erreicht wurde, was von einer beträchtlichen CO_2-Ausscheidung begleitet war.

Am günstigsten erwies sich folgende Bearbeitung des Filtrats. Die wässrige Lösung der Ba-Salze, die überschüssiges Wasserstoffperoxyd enthält, wurde mit SO_2 bearbeitet, wodurch gleichzeitig die quantitative Entfernung des Peroxyds und die Ausfällung des Ba in Form von unlöslichem $BaSO_4$ erreicht wurde.

Somit erhielten wir nach dieser Bearbeitung eine wässrige Lösung freier Säuren, welche uns als Ausgangsstoff zur weiteren Arbeit diente.

Die erhaltenen Oxydationsprodukte des Lignins haben Säureeigenschaften, sind in Wasser leicht löslich, in Äther und in den typischen organischen Lösungsmitteln, die sich mit Wasser nicht mischen lassen, unlöslich; sie sind nicht flüchtig und sind stark reduzierende Stoffe, geben charakteristische Reaktionen auf Oxydsäuren, bilden Metallsalze, Alkaloidsalze und Säurephenylhydrazide. In keinem einzigen Falle wurde unter den Oxydationsprodukten das Vorhandensein von Stoffen aus der aromatischen Reihe festgestellt. Das Ausgangsgemisch der ungereinigten Salze hatte einen mittleren Bariumgehalt bis zu 30%, in Abhängigkeit davon, unter welchen Bedingungen die Oxydation des Lignins vorgenommen wurde. Die Gesamtausbeute der ungereinigten Salze erreichte mehr als 200% des Ligningewichts, oder genauer, des Gewichts des bei der Oxydation gelösten Rückstands der Holzfaser. Bei der fraktionierten Kristallisation und bei dem fraktionierten Niederschlag der Salzlösungen mit Alkohol und Äther wurden Fraktionen von konstanter Zusammensetzung erhalten, wo der Bariumgehalt 26.09—26.28% beträgt, was dem Salz der Glykonsäure entspricht. In dem erhaltenen Gemisch der Oxydationsprodukte sind auch Säuren mit geringerem Molekulargewicht enthalten, deren Natur von uns vorläufig noch nicht festgestellt worden ist.

Die Alkaloidsalze (Brucin) sind leicht zu erhalten und kristallisieren gut, doch fällt hierbei ein Gemisch von Derivaten verschiedener Säuren aus, deren Trennung grosse Schwierigkeiten bereitet. Es wurde ein Derivat mit konstanter Schmelztemperatur erhalten, das dem Schmelzpunkte nach der Xylonsäure entspricht.

Bei der Gewinnung der Phenylhydrazide der Säuren liessen wir uns von den von E. Fischer, Hiliani u. a. [5] ausgearbeiteten Methoden leiten. Hierbei erwies sich, dass nicht alle erhaltenen Säuren imstande sind, Phenylhydrazide zu geben. Gewöhnlich liessen wir eine freie Base auf die freien Säuren in wässriger Lösung unter Erwärmung reagieren, wobei nur in seltenen Fällen,

die Ausscheidung der entsprechenden Hydrazide unmittelbar aus der wässrigen Lösung zu beobachten war. In den meisten Fällen wurde die wässrige Lösung nach Bearbeitung mit Phenylhydrazin im Vakuum verdampft und dessen Teerprodukte mit Ligroin oder Petroläther extrahiert, und die Phenylhydrazide wurden nach wiederholter Bearbeitung mit Essigäther extrahiert.

Der Rückstand enthielt unverarbeitete Säuren, deren Menge 60% vom Gesamtgewicht der Säuren betrug. Die Hydrazide der Säuren wurden aus Essigäther auskristallisiert, durch wiederholte Kristallisation bis zur Erreichung eines konstanten Schmelzpunktes gereinigt und analysiert. Auf diese Weise wurden die Hydrazide der Glykon- und der Xylonsäure erhalten.

Das ursprüngliche Gemisch der Säuren—Oxydationsprodukte des Lignins—wurde einer Oxydation mit Salpetersäure (spez. Gew. 1.15) nach der üblichen Methode (6) unterzogen.

Bei einer derartigen Behandlung wurde die Bildung eines unlöslichen weissen pulverförmigen Niederschlags in geringer Menge festgestellt, welcher sich als Schleimsäure erwies. Bei der Einwirkung von Phenylhydrazin auf eine wässrige Lösung der Oxydationsprodukte wurde ein leicht kristallisierendes Dihydrazid der Zuckersäure erhalten und in geringer Menge eine Substanz, die ihrem Schmelzpunkte nach dem Dihydrazid der Trioxy-glutarsäure entspricht.

Auf diese Weise wurde das Vorhandensein von Glykonsäure unter den Oxydationsprodukten auf Grund folgender Daten festgestellt. Es wurde das Ba-Salz dieser Säure erhalten und analysiert, die freie Säure abgetrennt und deren Säureäquivalent bestimmt und das Phenylhydrazid der Säure erhalten und analysiert. Durch Oxydation mit Salpetersäure wurde Glykonsäure in Zuckersäure übergeführt, ferner wurde das saure Kaliumsalz der Zuckersäure erhalten und analysiert und die Schmelztemperatur ihres Dihydrazids bestimmt. Die quantitative Ausbeute der Glykonsäure, die aus der Ausbeute des Zuckersäurehydrazids berechnet wurde, erreicht 40 Gewichtsprozente der bei der Oxydation gelösten Holzfaser (Lignin). Die Bildung einer so charakteristischen Substanz wie Schleimsäure ist nicht zu bezweifeln. Die Ausbeute derselben ist so unbedeutend, dass die Möglichkeit deren Bildung auf Kosten des in der Holzfaser enthaltenen Galaktans anzunehmen ist, welches bei der Behandlung der Holzfaser im Autoklaven nicht vollständig entfernt wurde. Die Ausbeuten der Xylonsäurephenylhydrazide waren so gering, dass wir nach der Umkristallisierung für die erhaltenen Derivate nur die Schmelztemperatur bestimmen konnten.

Bei der Oxydation des Rückstands der Holzfaser, der bei der Autoklavenbehandlung derselben erhalten wird, geht das Lignin vollständig in die wässrige Lösung über und jene Pentosane (1.5—2%), welche bei der Autoklavenbehandlung sich nicht auflösen, und ausserdem eine geringe Menge an Zellulose. Die Frage über die individuellen Oxydationsprodukte des Lignins selbst kann auf Grund der quantitativen Ausbeuten der Oxydationsprodukte gelöst werden. Die Ausbeuten der Glykonsäure sind derart, dass sie mit Überschuss die bei der Oxydation gelöste Zellulosemenge decken, und offensichtlich konnte sich diese überschüssige Menge an Glykonsäure nur auf Kosten des Lignins bilden. Hieraus können wir den Schluss ziehen, dass die Glukose oder ihr nahestehende Stoffe, die bei der Oxydation Glykonsäure bilden, zu dem Komplex von Stoffen, die unter den allgemeinen Begriff «Lignin» fallen, zu rechnen sind.

Als Ausgangsmaterial für die Versuche diente Tannenholzfaser, die durch Zerkleinerung eines frisch abgeholzten, gesunden, 40—45 Jahre alten Baumes (Tanne) erhalten wurde. Die Holzspäne wurden mit Äther durchextrahiert und nach Entfernung des letzteren einer Bearbeitung in einem wässrigen

Mittel unter Druck (im Autoklaven) ausgesetzt. Fast bei allen Bearbeitungen wurde die Temperatur auf 180° gehalten, die Behandlungsdauer betrug 2 Stunden und der Modul 1 : 19. Die auf diese Weise behandelten Späne wurden mit Äther und Wasser gewaschen. Die chemische Analyse der im Autoklaven bearbeiteten Späne des Holzfaserrückstands gab folgende Resultate: mittlerer Zellulosegehalt—60.78%; Lignin—39.12%; Pentosan—2.01%. Insgesamt—101.91%.

Der Holzfaserrückstand mit der angegebenen Komponentenzusammensetzung wurde mit Wasserstoffperoxyd oxydiert.

I. Zur Oxydation wurden 83.93 g des Holzfaserrückstands nach der Behandlung im Autoklaven genommen. Sie wurden mit 10%-iger Wasserstoffperoxydlösung unter Erwärmung bis zu 60—70° und Neutralisation mit Ätznatron oxydiert. Die Oxydation wurde 3 mal wiederholt. Es wurden folgende Ausbeuten der Reaktionsprodukte erhalten: nichtoxydierter, ungelöster Rückstand (Zellulose) 42.9 g=51.2%. Bei der Oxydation gingen in Lösung über (Lignin) 83.93—42.9=41.03 g (100%). Erhalten wurden 17 g nichtflüchtiger, in Wasser löslicher Säuren, was 41.4 Gewichtsprozente des Lignins ausmacht. Flüchtige Säuren (Essigsäure)—11.1 g=23%. In Wasser unlösliche Säuren—15.85 g=38.6%. Gesamtmenge der Oxydationsprodukte ist 103 Gewichtsprozente des Lignins oder des Holzfaser.

II. Gewichtsmenge des Lignins (Rückstand der Holzfaser nach der Behandlung im Autoklaven) ist 22 g.

Rückstand nach der Oxydation (Zellulose)—11.68 g=53.1%; Menge des oxydierten (gelösten) Rückstands—10.32 g. Erhalten wurden an nichtflüchtigen, in Wasser löslichen Säuren 11.6 g=112.5 Gewichtsprozente des Lignins. An flüchtigen Säuren (Essigsäure) wurden erhalten 1.3 g=12.02 Gewichtsprozente des Lignins. Die Gesamtmenge der Oxydationsprodukte betrug 124.52 Gewichtsprozente des Lignins. Die Oxydation wurde mit 20%-iger Wasserstoffperoxydlösung durchgeführt, bei gleichzeitiger Neutralisation mit Ätznatron. Zimmertemperatur. Die Oxydation wurde 4 mal wiederholt.

III. Gewichtsmenge der Holzfaser (abs. trocken) vor dem Versuche 36 g. Rückstand der Holzfaser nach der Behandlung im Autoklaven 20.7 g=57.5%. Rückstand nach der Oxydation (Zellulose) 10.7 g=51%. Bei der Oxydation gingen in Lösung 10 g (Lignin). Die Behandlung mit Wasserstoffperoxyd wurde 4 mal wiederholt. Die Oxydation wurde bei Zimmertemperatur in Gegenwart von frisch niedergeschlagenem kohlensaurem Barium durchgeführt. Es wurden 18.3 g Bariumsalze erhalten, was 183 Gewichtsprozente des Lignins ausmacht. Der gesamte Bariumgehalt im Salzgemisch (im Rohprodukt) ist 30.92%. Der Gehalt an flüchtigen Säuren ist unbedeutend.

IV. Gewichtsmenge der Holzfaser vor dem Versuche ist 200 g. Rückstand nach der Behandlung im Autoklaven ist 131 g. Rückstand nach der Oxydation (Zellulose) ist 72 g. Nach der Oxydation in Lösung übergegangen (Lignin) 59 g. Es wurden 121.9 g Bariumsalze erhalten, was 206 Gewichtsprozente des Lignins ausmacht.

Die ungereinigten Bariumsalze hatten in den ursprünglichen Versuchen einen Bariumgehalt von 51% und in den letzten Versuchen—von 31—30%. Die Reinigung der Salze brachte folgende Resultate: nach wiederholtem Niederschlag mit Alkohol wurden Zwischenfraktionen mit einem Bariumgehalt von 35.95; 34.48; 29.88% und eine Fraktion mit konstantem unveränderlichem Bariumgehalt erhalten. Aus der Salzeinwage der letzten Fraktion von 0.1192 g ist 0.0529 g $BaSO_4$ erhalten worden; die Bariummenge betrug 0.00311 g; Ba-Prozent=26.09%. Die Einwage betrug 0.0860 g; $BaSO_4$-Menge=0.0384 g; Ba-Prozent = 26.28%. Der theoretische Ba-Gehalt für das Salz der Glykonsäure beträgt 26.05%.

Das saure K-Salz der Zuckersäure wurde auf dem üblichen Wege erhalten, indem von der freien Zuckersäure ausgegangen wurde, die durch Oxydation der Glykonsäure erhalten wurde.

Die Salzeinwage betrug 0.1762 g; K_2SO_4-Gewicht=0.0616 g: K-Prozent= =15.6%.

Einwage des K-Salzes=0.0793 g, K_2SO_4-Gewicht=0.0294 g; K-Prozent= =15.8%. Der theoretische K-Gehalt für das saure Kaliumsalz der Zuckersäure beträgt 15.7%.

Die Analyse des aus dem Säuregemisch—den Produkten der Ligninoxydation—erhaltenen und aus essigsaurem Äthyloxyd umkristallisierten Phenylhydrazids gab folgende Resultate: 1) Einwage 0.1204 g; Stickstoffvolumen—10.9 cm^3; t=22°C; p=753 mm;

$$\text{Na-Prozent} = \frac{100 \cdot 10.9 \cdot 1.1165}{0.1204 \cdot 1000} = 10.11\%.$$

2) Einwage 0.0964 g; N_2-Volumen 8.9 cm^3; t=24°C; p=744 mm;

$$\text{Na-Prozent} = \frac{100 \cdot 8.9 \cdot 1.0995}{0.096 \cdot 1000} = 10.15\%.$$

Der theoretische Stickstoffgehalt für das Phenylhydrazid der Glykonsäure beträgt 9.79%.

Bei der Oxydation des Säuregemisches mit Salpetersäure (spez. Gew. 1.15) wurde ein in Wasser unlöslicher weisser pulverförmiger Niederschlag mit einer Ausbeute von 0.6 Gewichtsprozenten der Säure erhalten. Das Säureäquivalent wurde zu 105 gefunden. Der theoretische Wert für die Schleimsäure ist 105. Die für die Schleimsäure bestimmte Schmelztemperatur beträgt 222—223°. Das Säureäquivalent wurde durch umgekehrte Titration der überschüssigen Lauge und für die Glykonsäure zu 195.8 bestimmt.

Der theoretische Wert für die Glykonsäure ist 196.

Aus dem Gemisch der bei der Ligninoxydation erhaltenen Säuren wurden nach der oben beschriebenen Methode die Phenylhydrazide der Glykon-, Xylol- und Zuckersäure erhalten. Das der Glykonsäure entsprechende Phenylhydrazid schmelzt bei 171—172°. Nach Literaturangaben ist der Schmelzpunkt 172° ([7]). Das der Schmelztemperatur nach entsprechende Hydrazid der Xylonsäure wurde in geringer Menge aus den Mutterlösungen nach der Ausscheidung des Glykonsäurehydrazids erhalten. Seine Schmelztemperatur betrug 128—128.5°. Nach Literaturangaben ist die Schmelztemperatur 129°([8]).

Das der Zuckersäure entsprechende Dihydrazid wurde mit guten Ausbeuten erhalten. Seine Schmelztemperatur war 209°; nach Literaturangaben beträgt dieselbe 210° ([9]). Auf Grund der Dihydrazidausbeuten der Zuckersäure kann man die bei der Ligninoxydation sich bildende Glykonsäuremenge feststellen. Zur Gewinnung des Dihydrazids der Zuckersäure wurden die Säuren verwendet, von welchen bei der Oxydation des Holzfaserrückstands (Lignin) 12.6 g erhalten wurden (siehe die Oxydation, Beispiel III).

Nach Oxydation mit Salpetersäure und Behandlung der Oxydationsprodukte mit Phenylhydrazin wurden 8.1 g Zuckersäuredihydrazid erhalten, was 4 g Glykonsäure entspricht. Hieraus folgt für den Glykonsäuregehalt in dem Gemisch der Ausgangssäuren 31.7%, und in bezug auf den bei der Oxydation gelösten Holzfaserrückstand (Lignin)—40%.

Da bei der Oxydation höchstens 1.7 g Zellulose (siehe Oxydation, Beispiel III) in Lösung gehen konnte, so ist offensichtlich, dass mindestens die Hälfte der Glykonsäure sich auf Kosten des Lignins bildete.

Die Arbeit wird fortgesetzt.

Zusammenfassung

Bei 2-stündiger Behandlung von Tannenholzfaser in wässriger Lösung unter Druck (im Autoklaven) bei 180° geht ein Teil der Holzfasermasse, hauptsächlich Pentosane, in die wässrige Lösung. Der ungelöste Holzfaserrückstand enthält im Mittel 60% Zellulose, 39—40% Lignin und 1.5—2% Pentosane.

Bei der Oxydation des erhaltenen Holzfaserrückstands mit Wasserstoffperoxyd in einem neutralen Mittel erhält man charakteristische Produkte—in Wasser lösliche und in Äther unlösliche Säuren und typische organische Lösungsmittel, die sich mit Wasser nicht mischen.

Der bei der Oxydation nicht gelöste Rückstand enthält nur Zellulose. Bei der Oxydation geht vollständig in die Lösung das Lignin, die nach der Behandlung im Autoklaven zurückgebliebenen Pentosane und ein wenig Zellulose.

Die Bariumsalzausbeute der Säuren, bezogen auf das Gewicht der bei der Oxydation der Holzfaser in Lösung gegangenen Stoffe, erreicht mehr als 200 Gewichtsprozente des bei der Oxydation gelösten Holzfaserrückstands. Der Ba-Gehalt in dem ursprünglichen Bariumsalzgemisch beträgt 30%.

Aus den erhaltenen Säuren wurden abgetrennt und identifiziert Glykon-, Schleim- und Xylonsäure. Die Glykonsäureausbeute erreicht 30% der gesamten Säuremenge. Die Ausbeuten an Schleim- und Xylonsäure sind unbedeutend.

Eingegangen
d. 31. X. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Ber., **60,** 779 (1927). [2] Industr. Engineer. Chem., **23,** 184 (1931); ibidem, **24,** 287 (1932). [3] Ber., **67,** 1551 (1934); **68,** 16; **68,** 38, 1545 (1935). [4] Ber., **54,** 1860 (1921); **55,** 1529 (1922); **56,** 23 (1923); **56,** 1438 (1923); **57,** 1831 (1924); Soc., **101,** 417; Cell., **2,** 105, 117 (1921). [5] Ber., **35,** 1473 (1902); **23,** 2625 (1890); A., **271,** 74; Ber., **22,** 2728 (1889); **23,** 2617 (1890); **24,** 1844 (1891); **23,** 2691 (1890); **34,** 1369 (1901). [6] Ber., **24,** 524 (1891). [7] Ber., **22,** 273 (1889); **66,** 119 (1933). [8] Ber., **35,** 1473 (1902). [9] Ber., **23,** 2622 (1890).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

CHEMIË

THIOSULFATKOMPLEXE DES ZWEIWERTIGEN PLATINS. I

Von D. I. RJABTSCHIKOW

(Vorgelegt von N. S. Kurnakov, Mitglied der Akademie, d. 9. XI. 1937)

In einer der gemeinsam mit A. A. Grünberg ausgeführten Arbeiten wurde der Einfluss neutraler Salze auf eine Zunahme des Alkalieffekts der $[Pt(NH_3)_2(OH)_2]$-Lösung festgestellt, auf Grund dessen es sich als möglich erwies, an eine quantitative Charakteristik der komplexbildenden Kraft für eine Reihe von Säureresten heranzugehen, wobei in dieser Hinsicht das S_2O_3''-Ion am wirksamsten war. Insbesondere wurde gefunden, dass die Tendenz zur Komplexbildung mit zweiwertigem Platin beim S_2O_3''-Ion grösser ist als bei den Halogenen und nahe an den Wert für Thioharnstoff herankommt. Hieraus ergab sich als Schlussfolgerung die Möglichkeit für die Gewinnung der entsprechenden Platinderivate mit Thiosulfat.

Es gelang uns nicht, aus Literaturangaben, irgendwelche eingehendere Berichte über diese Frage aufzufinden. Deshalb auch habe ich spezielle experimentelle Untersuchungen unternommen.

1. Wirkung von Thiosulfat auf Kaliumchlorplatinit. Schon bei äquivalenten Verhältnissen von $Na_2S_2O_35H_2O$ und K_2PtCl_4 wird das Chlor der inneren Platinitsphäre vollständig durch den Thiosulfatrest (S_2O_3'') substituiert. Die Reaktion wird bei Erwärmung bis zu 50° C merklich beschleunigt und schliesst deutlich mit einer Veränderung des kirschfarbenen Tones der Ausgangslösung des Platinits ins Gelbe ab.

Der stattfindende Wechselwirkungsprozess kann durch die Gleichung: $K_2PtCl_4 + 4Na_2S_2O_3 = Me_6[Pt(S_2O_3)_4] + 4NaCl$, dargestellt werden.

Die erhaltene Verbindung vom Typus $Me_6\ [Pt(S_2O_3)_4]$ lässt sich ausgezeichnet lösen, kann aber aus der Lösung in Form eines unlöslichen Salzes ausgeschieden werden.

Bei Einwirkung von $BaCl_2$ auf die gelbe Lösung des gebildeten Stoffes fällt ein feiner hellgelber Niederschlag von $Ba_3[Pt(S_2O_3)_4]$ aus.

Die Wechselwirkung mit dem Chlorid Reise I geht augenblicklich unter Bildung eines Salzes vom Magnustypus vor sich:

$$Me_6[Pt(S_2O_3)_4] + 3[Pt4NH_3]Cl_2 = [Pt(S_2O_3)_4][Pt4NH_3]_3 + 6MeCl.$$

Der Niederschlag dieser Substanz ist von hellgelber Farbe und im Wasser praktisch unlöslich, löst sich aber bei Hinzufügung von Chlorplatinit unter Bildung des grünen Magnussalzes $[PtCl_4]\ [Pt4NH_3]$ im Niederschlag und der gelben Ausgangslösung der Substanz $Me_6[Pt(S_2O_3)_4]$.

Die Resultate der Analyse des im Eksikkator über starker Schwefelsäure getrockneten Salzes entrprachen der Zusammensetzung $[Pt(S_2O_3)_4]$ $[Pt4NH_3]_3$.

Berechnet für $[Pt(S_2O_3)_4]$ $[Pt4NH_3]_3$:	Gefunden:
154.49% Pt	54.54%, 54.24% Pt
7.86% S.	17.58%, 17.80% S.

Die gelbliche Lösung $M_{/6}$ $[Pt(S_2O_3)_4]$ hält sich in einem gut geschlossenen Gefässe lange Zeit ohne Veränderungen; bei Zutritt von Luft aber dunkelt der gelbe Ton der Lösung nach und wird im Laufe eines Tages dunkelbraun.

Aus der frisch bereiteten Lösung fällt bei Hinzugabe von Alkohol die sich bildende Substanz in Form einer öligen gelben Flüssigkeit aus, welche nach einem Tage Stehen in Form kleiner, brauner, zerfliessender Kristalle kristallisiert. Die Analyse dieses Stoffes kommt nach kurzdauernder Trokknung über konzentrierter Schwefelsäure der Form $Na_6[Pt(S_2O_3)_4]6H_2O$ nahe:

Berechnet für $Na_6[Pt(S_2O_3)_4]6H_2O$:	Gefunden:
21.95% Pt	22.37% Pt
28.76% S.	27.78% S.

Wenn man jedoch zu der bereiteten Lösung unter Einwirkung von Thiosulfat auf das Platinit einen gewissen Überschuss an Kaliumchlorid hinzugibt, in der Absicht, den sich bildenden Komplex mit dem Kaliumion zu binden, das ein schwer lösliches Salz gibt, so fällt Alkohol aus einer solchen Lösung eine klebrige gelbe Masse aus. Diese Masse verwandelt sich nach langem Waschen mit Alkohol und Trocknen bei 105° C in eine pulverförmige gelbe Substanz, die sich ausgezeichnet in Wasser löst und ihrer Zusammensetzung nach der Form $K_6[Pt(S_2O_3)_4]$ nahekommt. Die Wechselwirkungsprodukte dieses Stoffes mit $BaCl_2$ und $[Pt4NH_3]Cl_2$ geben vollkommen das oben beobachtete Bild wieder. Die wässrige $K_6[Pt(S_2O_3)_4]$-Lösung ist von bräunlichem Tone im Gegensatze zur strohgelben Farbe des $Na_6[Pt(S_2O_3)_4]$ $6H_2O$-Lösung.

2. Wirkung von Thiosulfat auf Magnussalz. Bei Erwärmung in einem Überschuss an Thiosulfat bis zum Kochen löst sich Magnussalz, und sofort scheidet sich ein grellgelber kristallischer Niederschlag aus. In dem betrachteten Falle fand ebenfalls eine Ersetzung der Chloratome im Anion des Magnussalzes durch (S_2O_3'')-Gruppen statt, analog wie bei der Wechselwirkung zwischen Platinit und Thiosulfat.

Der gebildete Stoff entspricht nach den Angaben der Analyse genau der Zusammensetzung $[Pt(S_2O_3)_4]$ $[Pt4NH_3]_3$, unterscheidet sich aber von dem nach der vorhergehenden Methode erhaltenen durch seine gut ausgeprägte kristallische Form und intensiv gelbe Farbe.

Nach der Ausfällung des gebildeten Stoffes behielt die Mutterlösung die gelbe Färbung wegen des in der Lösung überschüssig vorhandenen $[Pt(S_2O_3)_4]''''''$ Anions bei. Durch nachfolgendes Hinzugeben des Chlorids Reise I zur Mutterlösung wird noch eine Substanz von der Zusammensetzung $[Pt(S_2O_3)_4]$ $[Pt4NH_3]_3$ ausgegeschieden, die aber äusserlich derjenigen analog ist, die man erhält, wenn man von dem substituierten Platinit mit nachfolgendem Niederschlag von Reise I ausgeht.

Eine ähnliche Substitution des Dimers unter Bildung der analogen Form kann man auch ohne Erwärmung erhalten, wenn man von $[Pt(C_2O_4)_2]$ $[Pt4NH_3]$. ausgeht. Die Wirkung der gesättigten Thiosulfatlösung auf den Niederschlag dieser Zusammensetzung führt sofort zur Bildung einer gelben Substanz von der Zusammensetzung $[Pt(S_2O_3)_4]$ $[Pt4NH_3]_3$.

3. Wirkung von Thiosulfat auf Tetraminchloride. Bringt man gesättigte Thiosulfatlösungen und das Salz der Base Reise I zusammen, so fällt sofort ein hellgelber homogener Niederschlag in Form von Blättchen aus. Eine ähnliche Erscheinung ist in allen Fällen zu beobachten, wo man von Salzen der Zusammensetzung: $[Pt4NH_3]Cl_2$; $[Pt4Py]Cl_2$;

$[Pt4Thi]Cl_2$; $[Pt2NH_32Thi]Cl_2$ ausgeht. Die sich hierbei bildenden Produkte unterscheiden sich voneinander ein wenig durch Nuancen in der Farbe, Grösse und Gestalt der Blättchen. In allen Fällen findet ein Austausch der äusseren Chloratome mit der S_2O_3''-Gruppe unter Bildung von Verbindungen vom $[Pt4A]S_2O_3$-Typus statt, wo $A = NH_3$; Py; Thio.

Die Wirkung eines Überschusses an dem verwendeten Thiosulfat war verschieden. Im Falle von $[Pt4Py]Cl_2$ hatte die kalte Mutterlösung schon einen starken Pyridingeruch. Bei $[Pt4NH_3]Cl_2$ war der Ammoniakgeruch erst nach beträchtlicher Erwärmung zu spüren. Diese Umstände weisen auf eine weitere Substitution der neben dem Platin koordinierten Amine der inneren Sphäre des Komplexes durch die S_2O_3'' -Gruppe hin.

4. Wirkung von Thiosulfat auf die isomeren Derivate der Salze Peirone und Reise II. Auf eine Lösung des Nitrats von Peirone-Salz und Reise II $[Pt2NH_3(NO_3)_2]$ wirkte die theoretische Thiosulfatmenge, die zur Substutution der Nitrogruppen in den gelösten Einwagen dieser Salze notwendig ist. Hinzugabe der betreffenden Thiosulfatlösung bewirkt das Auftreten eines gelblichen Tons, in dem Augenblick aber, wo genau die Hälfte der betreffenden Thiosulfatmenge eingeführt worden ist, wird die Lösung schnell trübe, und nach einigem Stehen fällt ein flockiger, gräulicher Niederschlag zu Boden. Weitere Hinzugabe von Thiosulfatlösung führt zum Verschwinden des Niederschlags, und die Lösung wird wieder vollkommen durchsichtig. Diese beobachtete Erscheinung ist, wie festgestellt werden konnte, das Resultat der Bildung einer Zwischenverbindung, die dem Eindringen einer S_2O_3''-Gruppe in die innere Sphäre des Komplexes entspricht, was für den Fall der cis-Form durch die Gleichung:

$$\begin{bmatrix} NH_3 & & NO_3 \\ NH_3 & Pt & NO_3 \end{bmatrix} + S_2O_3'' = \begin{bmatrix} NH_3 \\ NH_3 \end{bmatrix} PtS_2O_3 + 2NO_3',$$

und für die trans-Form durch:

$$\begin{bmatrix} NH_3 & & NO_3 \\ NO_3 & Pt & NH_3 \end{bmatrix} + S_2O_3'' + H_2O = \begin{bmatrix} NH_3 & & H_2O \\ S_2O_3 & Pt & NH_3 \end{bmatrix} + 2NO_3',$$

zum Ausdruck kommt.

Die ausgeschiedenen, gewaschenen und getrockneten Produkte stellen gräuliche, pulverförmige Substanzen dar. Die Analyse auf den Platingehalt bestätigt ihre Zusammensetzung.

Berechnet für $[Pt2NH_3S_2O_3]$:	Gefunden:
57.18% Pt:	57.44%; 57.20%; 57.38% Pt
Berechnet für $[Pt2NH_3S_2O_3H_2O]$:	Gefunden:
54.32% Pt	54.42%; 54.56% Pt

Interessant ist, dass die S_2O_3''-Gruppe nur im Falle von $[Pt2NH_3S_2O_3]$ zwei koordinierte Plätze einnimmt. In allen übrigen Fällen, die ich beobachtete, besetzt sie nur einen Platz. Dies zeigt, dass die Bindung von S_2O_3'' mit Platin durch Schwefel vermittelt wird, wie dies der Fall bei den vom Akad. N. S. Kurnakov untersuchten Harnstoffderivaten ist.

Das Verschwinden des ausgeschiedenen Niederschlags (Nichtelektrolyt), welches nach Hinzugeben der zweiten Portion des Thiosulfats beobachtet wurde, kommt auf Grund des weiteren Eindringens der S_2O_3''-Gruppen in die innere Sphäre des Komplexes unter Bildung gut löslicher Elektrolyte zustande, wobei, wie dies festgestellt werden konnte, im Falle der cis-Form die zweite S_2O_3''-Gruppe an dem Platze im cis-Stellung übergeht, der durch eine Sauerstoffbindung der ersten S_2O_3''-Gruppe unter Bildung einer Verbindung von $\begin{bmatrix} NH_3 & & S_2O_3 \\ NH_3 & Pt & S_2O_3 \end{bmatrix}$ Na_2-Typus besetzt war.

Im zweiten Falle erhält man die trans-Form $\begin{bmatrix} NH_3 & & S_2O_3 \\ S_2O_3 & Pt & NH_3 \end{bmatrix}$ Na_2.

Diese in der Lösung befindlichen Formen können leicht in fester Form durch Einwirkung einer gesätigten Salzlösung der Base Reise I nach folgendem Schema ausgeschieden werden:

$$[Pt2NH_3(S_2O_3)_2]Na_2 + [Pt4NH_3]Cl_2 = [Pt2NH_3(S_2O_3)_2][Pt4NH_3] + 2NaCl.$$

Die auf diese Weise erhaltenen Dimere sind von hellgelber Farbe, jedoch ist bei der cis-Form die Färbung noch gelber. Einen schärferen Unterschied haben wir in ihrer Gestalt. Die cis-Form ist in allen Fällen ein homogenes Pulver, die trans-Form scheidet sich in Gestalt glänzender Schuppen aus, welche je nach den verschiedenen Herstellungsbedingungen stark in der Grösse schwanken. Eine Analyse dieser Salze gab folgende Resultate:

Der theoretische Platingehalt in $[Pt2NH_3(S_2O_3)_2]$ $[Pt4NH_3]$: 54.49% Pt.
Gefunden: für die cis-Form: 53.69%; 55.00% Pt
für die trans-Form: 54.38%; 54.44% Pt

Die Durchführung der oben angegebenen Operation mit der cis-Form der betreffenden Substanz wird immer von dem Auftreten eines geringen Ammoniakgeruchs begleitet, was bei der trans-Form nicht beobachtet wird. Folglich findet in diesem Falle eine teilweise Verdrängung von Ammoniak statt, was für den Fall der cis-Form verständlich ist, da die zu Beginn eindringenden S_2O_3'-Gruppen die in trans-Stellung befindlichen Ammoniakmoleküle stark polarisieren und deren Bindung mit dem Platin schwächen. Infolgedessen ist die Wirkung der zweiten S_2O_3'-Gruppe sowohl der Stellung der NO_3'-Gruppe als auch der Stellung des labilisierten Ammoniaks nach möglich.

Das Bild für die isomeren Platonitrite ändert sich plötzlich, wenn man von der doppelten Thiosulfatmenge gegen voriger ausgeht. Für die trans-Form bleibt im allgemeinen die gleiche Gesetzmässigkeit erhalten, d. h. es werden nur die NO_3'-Gruppen, die sich in trans-Stellung befinden, substituiert.

Die Ammoniakatome bleiben erhalten, indem sie vom Platin mit der gleichen Kraft gehalten werden. Der auch vorher auftretende Ammoniakgeruch nimmt jetzt ausserordentlich zu, die Lösung bekommt eine zitronengelbe Farbe, wie dies bei der Einwirkung von Thiosulfat auf Platinit der Fall war. Das durch das Salz Reise I ausgefällte Endprodukt entspricht der vollständigen Substitution der inneren Sphäre durch S_2O_3''-Gruppen. Der in dem betrachteten Falle stattgefundene Prozess kann durch folgendes Schema ausgedrückt werden:

$$\begin{bmatrix} NH_3 & & NO_3 \\ NH_3 & Pt & NO_3 \end{bmatrix} + 4Na_2S_2O_3 = Na_6[Pt(S_2O_3)_4] + 2NaNO_3 + 2NH_3.$$

Diese höchst interessante Erscheinung der verschiedenen Wirkung von Thiosulfat auf die isomeren Formen der Platonitrite erinnert sehr an das Gesetz von N. S. Kurnakov (verschiedene Wirkung von Thioharnstoff auf die cis- und trans-Derivate).

Diese Erscheinung ist von besonderem Interesse, und deren Untersuchung wird fortgesetzt.

Die grosse komplexbildende Kraft der S_2O_3''-Gruppe und deren besondere Eigenschaft, vorzugsweise einen koordinierten Platz zu besetzen, ermöglichen, eine grosse Zahl entsprechender Derivate zu erhalten. Ihre Abtrennung und eingehende Charakteristik wird weiterhin untersucht.

Institut für allgemeine und anorganische Chemie.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.

Eingegangen
d. 9. XI. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Grünberg u. D. Rjabtschikoff, Acta Physicochimica, URSS, III, № 5 (1935). [2] P. Jochum, Dissert., Berlin (1885). [3] ZS. anorg. u. allg. Chem., 116—188 (1921). [4] Н. С. Курнаков, ЖРФХО, 25, 565 (1893).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

AGROPHYSIOLOGY

ON THE PROBLEM OF THE RESPONSIVENESS OF *LALLEMANTIA IBERICA F* × *M* TO YAROVIZATION

By D. J. VAKULIN

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 2. XI. 1937)

In the arid regions of the USSR the lallemantia deserves attention as a drought-resistant and early oil-producing plant. Its fatty oil is distinguished by exceptionally high technical properties—high iodine value and ability to dry quickly—which place it almost on a level with one of the best drying oils, namely, that of the perilla *(Perilla ocymoides* L.*)*.

During our studies of different samples of the lallemantia, we discovered some forms markedly differing from each other in a number of characters: length of the vegetative period, height of the plant, habit, colour of the corolla, absolute weight of the seeds, yield, etc.

These forms are the following:

1. The form with blue flowers, a short vegetative period, small seeds and a lower yield.

2. The form with white flowers, a longer vegetative period, relatively larger seeds and a higher yield.

3. The form with pink or rather whitish-pink flowers, resembling the preceding one in appearance.

Their main characters were found to be constant.

L. Ždanov has pointed out some forms of the lallemantia. For the Caucasus f. *sulfurea* Grossh. with whitish-yellow flowers has been recorded.

As regards the oil-producing qualities of the lallemantia our data show the yield of oil to attain 37.23 per cent in some of the forms.

The best of the forms discovered by us, viz. No 55 with whitish-pink flowers, was sown by us in 1937 on a small plot in a collective farm of the Odessa province for experimental purposes. The experiment showed very good results notwithstanding the summer being very droughty. This indicates that lallemantia may be successfully cultivated in arid regions.

During our work with lallemantia, we found it necessary to submit some of the forms of this plant to yarovization for the purpose of determining the possibility of controlling the growth of this culture.

We selected the following two forms for yarovization:

a) the form with blue flowers, of our harvest of 1937, No 90, and

b) the form with whitish-pink flowers of our harvest of 1937, No 55.

The yarovization was conducted at a temperature of +2°C (varying within a range of from +1 to +3°) and +25° (varying within a range of from +24 to +26°). The duration of the treatment was 11 days, viz. from

23.III till 3.IV, 1937, when all the variants were planted in the soil in rows 15 metres long in the Odessa Botanical Garden. All the experiments were repeated twice.

We shall first note some peculiarities in the germinating seeds. It was found that, on soaking the seeds of form No 90 (blue with fine seeds), the latter very quickly became strongly mucous. The seeds of form No 55 (pink, with coarse seeds) hardly gave any mucus. An examination of the seeds of the different forms of lallemantia in the different variants of the experiment, made the day before seeding showed the following:

The exposure of the seeds of No 55 to a temperature of +25 resulted in their darkening and even blackening and sometimes the death of the seedlings; whilst subjected to a temperature of +2°, the seeds of this form remained in good condition.

The seeds of No 90 presented an almost analogous picture, when exposed to a temperature of +25°, but the seedlings did not die at +2°, their condition was good.

There was no mould in any of the variants, unlike the perilla, for instance, which was subjected to yarovization simultaneously with the lallemantia.

All the variants were planted somewhat overgrown. The fact that the seeds were somewhat overgrown and that in some of them the exposure to high temperatures had resulted in the blackening and even death of the seedlings, did not noticeably affect their growth.

During the whole period of vegetation of the lallemantia, measurements were made both of yarovized and unyarovized plants, the resulting data being tabulated below.

Table 1

Form No 90 with blue flowers	Height of the plant in cm				
	19.V	23.V	26.V	30.V	6.VI
Gontrol; unyarovized	5—8	6—10	8—16	15—31	16—39
Yarovized at+2°	14—20	22—30	25—37	34—42	36—50
Yarovized at+25°	3—4	3—4	4—6	6—13	6—16

Yarovization began to tell on the plants very soon; already the seedlings manifested some differences between the experimental and the control plants. On May 15, i. e., a month after the appearance of the seedlings, the difference was already fairly noticeable. The plants of the lallemantia from seeds yarovized at +2°C were considerably higher than both the control plants and those of the variant yarovized at +25°C. The latter had the appearance of fairly broad sprawling plants, whose main stem was not yet noticeable. As Table 1 shows, on May 19, the plants yarovized at +2° were two and a half times higher than the control ones and three or four times higher than those yarovized at +25°C, the main stem being still unnoticeable in the latter and only just becoming prominent in the control; whilst in those yarovized at +2°C the main stem had already attained a height of up to 20 cm. (It should be noted that the lallemantia yarovized at +25°C continued for a long time to persist in the form of a «rosette», showing no growth upwards, but expanding laterally.)

The lallemantia from seeds yarovized at low temperature (+2°) continued all the time to gain on the controls and especially on the plants from seeds yarovized at high temperature (+25°).

By June 6, the first variant had reached a height of 36—50 cm; the control, a height of 16—39 cm; that yarovized at +25°, only 6—16 cm. By that date, the first two variants had in the main almost completed their growth, whilst the last variant, yarovized at +25°, had not reached its normal height by far.

The plants yarovized at +2° showed the most uniform growth whilst the control plants were of a very ununiform development (some being higher, others lower). A similar picture was later presented by the variant yarovized at the high temperature of +25°.

Fig. 1 illustrates the state of lallemantia No 90 with blue flowers on May 25, 1937. The plant yarovized at +2° C (in the centre of Fig. 1) is considerably higher than the other variants; it was already in full bloom, whilst the controls were only putting forth their first separate flowers, and those yarovized at +25°C, had not yet flowered. This figure shows also their general habit.

Fig. 1. Yarovization of lallemantia No 90 [Photograph taken on 25. V. 1937]. *1*—control, *2*—yarovized at+2°, *3*—yarovized at+ 25°.

Fig. 2 shows a general picture of the plot with the lallemantia Nos 90 and 55. In the three rows on the left is seen the blue lallemantia No 90 (*a*—yarovized at +25°C, *b*—yarovized at +2°C, *c*—the controls); in three rows on the right is seen the form No 55 (*d*—yarovized at +25°C, *e*—yarovized at +2°, *i*—the controls).

Fig. 2.

Table 2 gives an idea of the phases of development of the yarovized and unyarovized plants.

As this table shows, the flowering is greatly accelerated in the yarovized lallemantia as compared with the controls. The first flowering of the plants yarovized at +2°C began five days earlier and of those yarovized at +25°C five days later than that of the controls. Flowers in mass appeared seven days earlier on the plants yarovized at +2°C and ten days later on

Table 2

Form No 90 with blue flowers	Date of sowing	First seedlings	Seedlings in mass	First flowers	Flowers in mass	Onset of ripening	Ripening in mass	Harvesting	Time in days from appearance of seedlings till	
									flowering	ripeness
Unyarovized (control)	3.IV	14.IV	15.IV	25.26.V	30.V	25.VI	1.VII	7.VII	45	77
Yarovized at +2°	«	12—13.IV	14.IV	21.V	23.V	15.VI	21.VI	23.VI	39	67
Yarovized at +25°	«	12—13.IV	16.IV	30.V—1.VI	10.VI	6.VII	11.VII	13.VII	57	87

the plants yarovized at +25°C than on the controls. Ripening in plants yarovized at +2°C began 10 days before and in those yarovized at +25°C 11 days after the control. The two last columns of the above table show the period of time in days from the appearance of the seedlings till ripening. Yarovization shortened this period by 10 days in the case of +2°C and lengthened it by 10 days in the case of +25°C, as compared with the controls. Thus yarovization at low temperatures shortens the period of vegetation while yarovization at heigh temperatures lengthens it.

After harvesting, the plants were weighed, measured and counted. The data obtained were as follows:

Table 3

Form No 90	Height in cm	Length of central ear	Length of lateral ear	Number of branches	Weight per plant in grams		
					Raw	Air-dry	Seeds
Unyarovized (control)	28.5	19.1	9.8	9.2	14.9	10.6	3.2
Yarovized at+2°	44.4	26.6	13.0	6.4	14.0	11.9	3.8
Yarovized at+25° . . .	24.8	16.7	14.3	9.6	23.8	14.1	2.2

One sees from this table that in this respect also the effect of yarovization was sufficiently clear. The height of the plants yarovized at +2°C was almost twice as long as that of the controls. The length of the central ear in this same variant was 7.5 cm longer than in the controls; whilst in those yarovized at +25°C the length of the central ear was 2.4 cm shorter than in the controls and 10 cm shorter than in those yarovized at +2°C.

The central stem, as well as its ear develops weakly in the lallemantia yarovized at +25°C. It is in general underdeveloped and has shortened internodes; the lateral branches with their ears appear to develop at its expense. Observations have shown that the flowering of the main stem of this variant lags not only behind the flowering of the other variants of the experiment, but even behind the flowering of the lateral branches of the same plant, the central ear only beginning to flower when the lateral branches

are finishing to flower. The length of the lateral branches is greater in both the yarovized variants than in the controls.

The effects of yarovization at +2°C were almost diametrically opposite to those of the yarovization at +25°C. In the plants yarovized at +2°, the internodes of the main stem rapidly grew and lengthened out. When the leaves started withering and falling, one could observe gaps between the plants of this variant, unlike the other variants, especially the one yarovized at +25°C. Besides, in the plants yarovized at +2°C, flowering began on the main stem, whilst in the plants yarovized at +25°C, the ears of the lateral branches were the first to flower.

The following peculiarities may be noted as regards the number of branches per plant. Whilst the controls and the plants yarovized at +25°C hardly differed from each other in the number of branches, the lallemantia yarovized at +2°C put forth a smaller number of branches per plant than the controls, while the size of the branches was larger.

The weight of the vegetative mass of the plant at the time of harvesting was found to be correlated with the time of flowering. The earlier the date of flowering of the plants, the lower their raw weight, as they have less time for the accumulation of vegetative mass (yarovized at +2°C). The latest (later flowering) variants show the greatest weight of vegetative mass per plant (yarovized at +25°C).

The seed yield obtained in our experiments shows that one can hope to achieve a certain increase in the yield of the blue lallemantia (in any case of form No 90) by means of yarovization at +2°C.

Yarovization at +25°C lowers the yield of seeds considerably. Thus, lallemantia No 90 responds positively to yarovization at low temperatures (+2°C).

The other lallemantia form, No 55, with whitish-pink flowers, responds somewhat differently to yarovization under the same conditions. This must not astonish one for it has been known for a long time that different varieties and forms of a species respond differently to one and the same treatment.

It is evident that the conditions of yarovization (temperature, duration, moisture) suitable for one variety are unsuitable for the other.

As regards the hastening of flowering in form No 55 (with white flowers), hardly any difference was to be observed between the controls and the yarovized plants. Yarovization shortened the pre-flowering period by only 2—3 days, this small difference completely disappearing by the time of ripening. This relates to both the variants of the experiment. Yarovization likewise produced no effect on the growth upwards, general habit, and some other properties of form No 55 (Fig. 2, *d*, *e*, *i*). More noticeable was the effect of yarovization on the weight of the vegetative (raw) mass, air-dry weight and seed yield, as shown in Table 4.

Table 4

Form No 55 with white flowers	Weight per plant in grams		
	Raw	Air-dry	Seeds
Unyarovized (control)	21.2	17.3	6.3
Yarovized at +2°	22.6	18.1	7.2
Yarovized at +25°	20.4	21.0	8.0

The above table shows that the yarovized plants compare favourably as regards all the above-cited data. Unlike the blue lallemantia No 90, yarovization at +25°C produces a greater effect than that at +2°C. The yield of seed of the yarovized lallemantia No 55 is especially noteworthy.

We thus see that various forms of lallemantia respond differently to yarovization.

Form No 90, with blue flowers, responded rather fully and strongly.

Form No 55, with whitish-pink flowers, was partially affected by yarovization (only in respect of weight and yield), the effect of yarovization at +25°C on this lallemantia being greater than that of yarovization at +2°C, unlike what is observed with the blue lallemantia.

Botanical Garden.
Odessa State University.

Received
1. XI. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

AGROPHYSIOLOGY

ON THE PROBLEM OF THE HARDENING OF PLANTS BY SOIL DRYNESS UNDER CONDITIONS OF IRRIGATION

By N. S. PETINOV and G. A. ZAK

I. THE EFFECT OF HARDENING ON GROWTH AND FORMATIVE PROCESSES

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 3. XI. 1937)

The theory of so-called «hardening» has become widely spread in the agrophysiological literature, especially with regard to questions concerning the resistance of plants to unfavourable factors, as frost, drought, harmful salts, etc. In the search for measures for the protection of plants against the harmful effect of such factors, much time has been devoted to investigations of the phenomenon of «hardening». The latter was effected, depending on the objects to be attained, either by subjecting the plants to the action of low temperatures of about zero or slightly above it, or by decreasing the water content of the plant by temporary wilting, for instance, and so on. The work on the problem of drought-resistance of plants by the method of wilting and the elaboration of the theory of «hardening» was conducted under the guidance of prof. N. A. Maksimov. On the basis apparently, of the old works (1895) of Gain [4] and of the later ones (1908) by Preul [21], prof. Maksimov [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18] has been developing since 1916 their views that a temporary drought at the early vegetative stages of plants (viz. at the «tillering» stage) with a subsequent sufficient humidity of the soil, results, it would seem, in an increase of the yield. Later on, there appeared a whole series of papers by his pupils and adherents expounding the paradoxical conclusion of the beneficial effect of a temporary shallow drought at the early stages of growth [Tumanov [26, 27], Moliboga [19], Makarov and Gelfand [11], Vasiliev [1, 2, 3], Kolomietz [5, 6, 7, 8], Kuzmenko and Vorobiev [9], Skazkin [22, 23, 24], Udolskaja [28, 29], Petinov [20] etc.]. According to their views, the wilting caused by the action of a temporary soil drought «hardens» the plants, which as a result acquire a new anatomico-physiological quality that acts favourably on the productivity of the plants. The investigations made by Maksimov were mostly of a colloido-chemical nature and consisted mainly in the study of the changes taking place in the protoplasm in plants due to «hardening». Supplemented later by anatomico-physiological data of other papers, they could show the significance of the process of «hardening» only for indivudual vital functions of plants. The authors erroneously identified the significance of «hardening» as an adaptation for surviving (which is not to be denied) with its significance as an adaptation for the production of normal yields.

This led to a mechanical application of the theory of «hardening», to the practice of agriculture under conditions of irrigation.

In his public lecture on «The Struggle of Plants with Drought», read in Moscow in 1892, K. A. Timiriasev ([25]) pointed that when man plays the part of an agent, without adapting himself to climatic conditions and without subordinating himself to nature, but, on the contrary, subordinating nature to himself, then his *object* must consist, *not in limiting the expenditure of water, but in ensuring a supply of water to the cultivated area* (The italics are ours. N. P. and G. Z.).

Prof. Maksimov and his adherents seem to have understood their object in a different way. They considered that the struggle with drought must be carried on by insufficient water supply, i. e. by means of the drought itself, by applying the method of hardening. Drought in the early stages of growth of the wheat (Marquis), the plant being subsequently placed under optimal conditions, not only does no harm, but even appears to increase the grain yield [Moliboga ([19])]. The necessity of ensuring a constant optimal soil moisture as one of the conditions of high yields of cultivated plants, was thus denied by them.

The Institute of Plant Physiology of the USSR Academy of Sciences (headed by Academician A. A. Richter) has proved, by its experiments of 1936 and 1937 under field and greenhouse conditions the groundlessness of such statements. The present paper contains part of the results of the vegetative experiment of 1937 made at the Kuibyshev Agricultural Institute. The plant experimented on was the hard wheat *Hordeiforme* 0189. The vessels were of the Wagner type and contained 5.5 kg of absolutely dry soil. The soil used was the common carbonate chernozem.

The total water-holding capacity was 56%, the initial moisture content of the vessels, 18%; the unavailable water content, 13.5% (one and one half times the maximum hygroscopic moisture). Germinating seeds were sown on May 21. The experiment comprised four groups of plants:

1. The controls at a constant moisture content of 60 per cent.
2. Plants subjected to hardening at the onset of the «tillering» stage.
3. Ditto during the «tillering» stage.
4. Ditto during the stage of «stalk-formation».

Each group of tests was repeated twelve times.

The method used was as follows. The plants, cultivated in the usual manner in vegetative vessels and supplied at first with moisture amounting to 60 per cent of the total water-holding capacity, were subjected, at definite stages of their growth (at the onset of «tillering», during «tillering» and during «stalk-formation»), to wilting by means of a temporary cessation of watering. After each wilting, the plants were again given an optimal water supply (60%). The signs of wilting were the usual ones: the yellowing of the leaves, loss of turgor, the drying up of the tips of the lower leaves and of the lateral shoots. Wilting usually occurred on the moisture content of the soil dropping from 40 to 16—18%. Observations showed, first of all, that all the wilted plants manifested obvious signs of suffering from lack of water; growth was greatly retarded, the energy of «tillering» dropped to zero in the majority of cases, the development and formation of organs proceeded abnormally and unsteadily. Secondly, the degree of suffering in the wilted plants was different, depending on the stage of growth of the plant at which the wilting occurred. The most injurious was the wilting occurring at the onset of the «tillering» stage. In a better state (at the beginning of the test, till the «earing» stage) were the plants which had wilted during the stage of «stalk-formation»; but soon the effect of wilting dropped to such an extent

that they occupied the second place. The effect was noticeably less in plants wilting during the «tillering» stage. These plants recovered better than the others, but thay also could not catch up with the control (Table and Fig. 1).

The Energy of Growth of the Summer Wheat *Hordeiforme* 0189 Hardened at Various Stages of Development

Nos	Description of the test	Height of plants in cm (mean for 100 plants)					Time of wilting	Minimum moisture content of the soil (per cent)
		Stalk-formation 29.VI.	Shooting 3. VII.	Earing 9. VII.	Flowering 13. VII.	Ripening 23. VII.		
1	Control (constant moisture content 60%) . . .	34.7	39.1	54.7	67.0	69.4	—	60
2	Hardening at the onset of the «tillering» stage . .	22.0	25.6	33.2	40.2	41.1	7.VI.—13.VI.	20
3	Hardening during the «tillering» stage	29.8	31.2	39.0	52.3	52.7	16.VI.—23.VI.	19
4	Hardening during the «stalk-formation» stage	31.5	34.4	37.5	50.0	50.5	26.VI.—1.VI.	18.5

Fig. 1. The influence of hardening on growth and development of the summer wheat *Hordeiforme* 0189: *1*—control (constant moisture content 60%), *2*—hardening at the onset of the «tillering» stage, *3*—ditto during the «tillering» stage, *4*—ditto during the stage of «stalk-formation».

The results of observations of the growing-point (the formation and development of the ear), upon which to a great extent depends the future grain yield, are still more demonstrative. The formation of plant organs occurs on the basis of stage development, within the plant, before these organs appear externally [T. D. Lyssenko (10)]. The beginning of the differentiation of the ear manifested in the elongation of the embryonic tubercle, can commence only with the termination of the thermal stage of development. It is the first growth phenomenon, which evidences the onset of the light stage. The differentiation of the parts of the ear seems to be comple-

ted during the light stage. When this stage terminates there begins the differentiation of the parts of the flower. It is evident that hardening occurring at different moments in the life of the plant affects sometimes the processes of development sometimes the processes of growth. We may expect the first case to take place when hardening occurs at the onset of the «tillering» stage, when the plant passes from the thermal to the light stage; the second, when hardening occurs at later dates. In both cases the final result (the yield) may be nearly identical, but the basis of the phenomena occurring will be entirely different. We have already stated that the origination and formation of the ear occurs during the «tillering» stage, while its differentiation (the formation of the floral organs) occurs during the stage of «stalk-formation». The presence of unfavourable factors, and primarily lack of water (wilting), during the stages preceding these processes, produces a most decisive effect on the formation and development of the ear. Insufficient water supply at the onset of the «tillering» phase produced a very marked effect on the origination and formation of the ear, whose sensitiveness was unusual (Fig. 2). It was almost one third the size of the controls, the number of ears scarcely attaining 5 or 6. The ears of the plants which had undergone wilting during the «tillering» stage were somewhat larger, but they were also considerably smaller than those of the control plants. The origination and differentiation of the ears in the last group of plants (wilting during the «stalk-formation» stage) also did not proceed quite normally. It is noteworthy that, owing to unfavourable conditions for the origination of the floral organs, the subsequent flowering of these plants was far from uniform.

Fig. 2. The influence of hardening on formation and development of the ear of the summer wheat *Hordeiforme* 0189: *1*—control (constant moisture content 60%), *2*—hardening at the onset of the «tillering» stage, *3*—ditto during the «tillering» stage, *4*—ditto during the stage of «stalk-formation».

Experiments have shown that no subsequent favourable conditions in respect of either water supply or nutrition can restore the fall in yield if the plant is deprived of the optimum conditions for the internal processes of the formation of ears.

Conclusions

1. The hardening of plants by means of soil drought at different vegetative stages always unfavourably affects the energy of growth, markedly depressing it.

2. The plant is simultaneously deprived of the optimum conditions for formative processes. The origination and development of the ear is accom-

panied by obvious signs of depression: a considerable diminution of the size and number of the spikelets, the weak differentiation of the spikelets (the origination of the floral organs).

3. When the wilting occurs at the onset of the «tillering» stage it mainly affects the processes of development, while when it occurs during the «stalk-formation» stage it is the growth processes that are mainly affected. A differentiated study of these two processes may facilitate an objective approach to the problem of creating optimal conditions of water and food supply ensuring a high yield.

Timiriasev Institute of Plant Physiology.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
3. XI. 1937.

REFERENCES

[1] И. М. Васильев, Соц. зернов. хоз-во, ВИЗХ, № 1—2 (1933). [2] I. M. Vasiliev, Bull. Acad. Sci. URSS (1934). [3] И. М. Васильев, Социалистическое растениеводство СССР, «А», № 14 (1935). [4] E. Gain, Annales des sciences naturelles, septième série botanique, **20** (1895). [5] И. А. Коломиец, Тр. Лабор. биохимии и физиологии растений Ак. Наук, **1** (1934). [6] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, № 2 (1934). [7] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, № 5 (1934). [8] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, 5—6 (1934). [9] А. А. Кузьменко и С. О. Воробьев, Биологические основы орошения полевых культур (1936). [10] Т. Д. Лысенко, Теоретические основы яровизации (1935). [11] Макаров и Гельфанд, Тр. Научно-исследоват. хлопк. ин-та (НИХИ), вып. $^{10}/_{30}$, сер. 2 (1931). [12] Н. А. Максимов, Журн. Русского ботанич. о-ва, I (1916). [13] Н. А. Максимов, Тр. Петр. о-ва естествоиспыт., **53** (1923). [14] Н. А. Максимов, Журн. опытн. агроном., **28** (1923). [15] Н. А. Максимов, Тр. прикл. ботан., **26** (1926). [16] Н. А. Максимов, Тр. прикл. ботан., **27**, № 1 (1929). [17] Н. А. Максимов, Тр. прикл. ботан., 1—25, вып. 3 (1930—1931). [18] Н. А. Максимов, Социалист. верн. хоз-во, 1 (1935). [19] А. А. Молибога, Тр. прикл. ботан., **17**, вып. 2 (1927). [20] N. S. Petinov, Bull. Acad. Sci. URSS, sér. biol., № 1 (1936). [21] F. Preul, Journ. f. Landwirtsch., **56** (1903). [22] Ф. Д. Сказкин и Д. А. Сикстель, Тр. прикл. ботан., серия III, вып. 5 (1933). [23] Ф. Д. Сказкин и Д. А. Сикстель, Социалист. растениеводство, № 7 (1933). [24] Ф. Д. Сказкин, Социалист. растениеводство, № 9 (1934). [25] К. А. Тимирязев, Земледелие и физиология растений. [26] И. И. Туманов, Тр. прикл. ботан., **16**, вып. 4 (1926). [27] И. И. Туманов, Тр. прикл. ботан., **27**, № 1 (1929). [28] N. L. Udolskaja, C. R. Acad. Sci. URSS, № 1 (1934). [29] N. L. Udolskaja, Bull, Acad. Sci. URSS (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

AGROPHYSIOLOGY

ON THE PROBLEM OF THE HARDENING OF PLANTS BY SOIL DRYNESS UNDER CONDITIONS OF IRRIGATION

By N. S. PETINOV

II. THE EFFECT OF HARDENING ON PHOTOSYNTHESIS AND YIELD

It is the general opinion that one of the harmful effects of wilting is a drop in the assimilative activity of plants. This drop is due either to the closure of the stomata resulting from wilting [Iljin ([9], [10]), Alekseev ([1])] or to the lowering of the watercontent in the leaf (Bussengo ([3]), Déhérain and Maquin ([6]), Iljin ([9], [10]), Dastur ([5]), Brilliant ([2]), Heinrich Walter ([4]), Skvortzov ([22]), etc.]. But there may also be no fall in assimilation on repeated wilting owing to the more xeromorphous structure obtained resulting thereby [Tumanov ([23], [24])]. An increase in the energy of assimilation is even observed, instead of a decrease, in the plants cultivated at first in dry soil and then transferred to conditions of sufficient moisture [Kokina ([11]), Tumanov ([23])]. «Common mesophytic plants, such as the sunflower and the buckwheat, when grown under the conditions of an insufficient water-supply, acquire the property of developing a very high photosynthetic energy at periods of sufficient humidity. They thus compensate, to a considerable degree, for that loss of dry matter which they sustain during drought periods and which is due to insufficient assimilation because of insufficient soil humidity as well as to a decrease in dry matter during wilting» [Tumanov ([23])].

An especially high increase in the energy of assimilation has been recorded by Udolskaja ([25], [26]) under conditions of sufficient watering of the soil after a temporary drought suffered by the plants (wheat) during the «tillering» stage. The power of plants, grown under an insufficient water supply, to increase its assimilation is, according to Maksimov ([18]), Tumanov ([23], [24]) and Udolskaja ([25], [26]), due to hardening and results from a greater xeromorphism. Other investigators, as Zaitzeva ([7], [8]), for instance, strive to prove that all wilting, whether of long or short duration, whether repeated or not, always raises the intensity of photosynthesis.

In all cases, wilting is associated with a rise of the intensity of photosynthetic process, and, according to Zaitzeva's assumption, such rises must make up for the deficiency of dry matter due to low assimilation during periods of insufficient water-supply.

Such hasty conclusions are all the more unconvincing, as all the experiments of Zaitzeva were carried out exclusively with seedlings, independently of their development and biological peculiarities and without consideration of the dynamics of the accumulation of dry matter and of the yield. We must add hereto that, although, according to Zaitzeva's ([7], [8]) data, there does set in, after the drought, a brief temporary rise in photosynthesis, the latter drops markedly on 8th or 9th day and becomes lower than in the control plants. Without any knowledge of either the nature or the depth of this process during subsequent growth, the above mentioned author

jumps to general conclusions of great practical significance. «It is most probable, says Zaitzeva [8], that the drop of the curve will depend on a number of conditions and primarily on watering. The photosynthesis of wilted plants will, perhaps, exceed for a considerably longer period the assimilation of the control plants, than that of plants abundantly watered. *And it seems to us that it is wrong to provide the plant with a uniform water-supply throughout the whole duration of its growth.* Perhaps it would be more judicious to set up such conditions where the alternation of temporary droughts with waterings would maintain the energy of assimilation at a high level» (The italics are ours. N. P.).

Let us now pass to a discussion of the results of our experiment of 1937. Let us examine how wilting, experienced at different growth stages, affects the photosynthetic activity of plants, what is the nature of these changes and what is their relation to the final result, the yield.

The photosynthesis energy was determined in the open air, in a current of atmospheric air after the method of academician A. A. Richter [20]. The leaves selected were not separated from the plant. They were approximately of one size and belonged to the second whirl. Time of observations: 6 a. m., 10 a. m., 2 p. m. and 6 p. m. Duration of each determination was 20 minutes. The passage of air through each chamber was at the rate of 30 litres per hour.

For control, the air was passed through absorbers not connected with the leaf. After precipitation with barium chloride (5 cm^3 of 5% $BaCl_2$ were added to 100 cm^3 of 0.02 *n* NaOH) and titration of NaOH with oxalic acid, the quantity of carbonic acid absorbed was calculated in milligrammes per square metre of leaf surface.

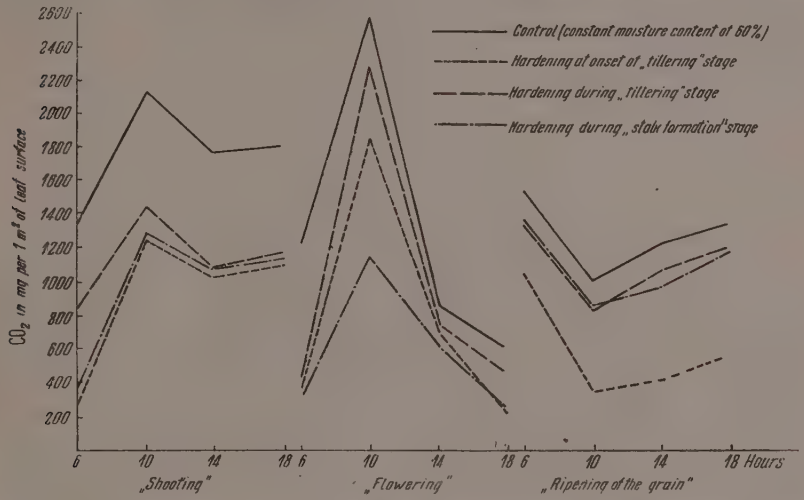
Together with this, records were kept of the weather conditions, the content of CO_2 and the temperature of the air surrounding the plant.

The same four groups of the summer wheat *Hordeiforme* 0189 were used for the experiment, each test being repeated twelve times. 1) Controls at a constant humidity amounting to 60 per cent of the total moisture capacity. 2) Plants subjected to hardening at the onset of the «tillering» stage. 3) Ditto during the «tillering» stage. 4) Ditto during the stage of stalk-formation.

Determinations of the photosynthesis energy were made during the vegetative period, beginning with the «shooting» stage and till the ripening of the grain inclusively. The first observation was made on the 4th of July (during the «shooting» stage), i. e. on the twentieth day after hardening at the onset of the «tillering» stage, on the tenth day after hardening during «tillering», and on the fourth day after hardening during the stage of stalk-formation. The next observations were made on the 14th of July, during the «flowering» phase, and on the 20th of the same month, at the beginning of the ripening of the grain. The results are shown by the curves (see diagram).

As the diagram shows, at whatever stage of growth the wilting occurs, it always depresses the photosynthetic activity of the plants. The photosynthetic energy in plants subjected to hardening was lower than in the controls, which had not experienced wilting. The lower photosynthetic energy of the wilted plants persisted to the end of the vegetative period, notwithstanding their being subsequently placed under optimum conditions of water-supply. The worst effect was produced by wilting at an early date, viz., at the onset of the «tillering» stage. The least effect was caused by wilting in the «tillering» stage, whilst that in the stage of stalk-formation was in its effect intermediate between the other two. The above relationship between the photosynthetic process and the date of wilting persisted to the end of the experiment.

Only in the last observation did the difference in photosynthetic energy between the last two groups (in the «tillering» and the «stalk-formation» stages) somewhat lessen. Udolskaja's statement ([25], [26]) that wilting in the «tillering» stage markedly increases the photosynthetic activity was not confirmed in our experiments. It was only observed that wilting at that stage is less injurious than when occurring at other stages. It is likewise impossible to agree with Zaitzeva ([7], [8]) that all wilting produces a rise in the photosynthetic energy. In our study of the photosynthetic process through the entire period of growth of the plant, we never observed it to rise in plants subjected to wilting at different stages. On the contrary, their photosyn-



thetic energy remained low all the time, the extent of the decrease in energy depending on the growth stage at which the wilting had occurred. We do not deny the possibility of wilting causing short outbursts of photosynthetic activity. But from a practical standpoint it is important to know under what conditions of water-supply does photosynthetic energy remain at a high level throughout the whole life of the plant, and how do the different conditions affect the final result, i. e. the grain yield.

The observed depression of the photosynthetic process, caused by the hardening of the plant, affected the energy of growth, the accumulation of organic matter, and lastly, the yield. The growth was greatly depressed (see the preceding paper), the yield of dry mass and especially of grain markedly dropped (to less than one half, see Table):

Yield of Dry Mass and Grain by Summer Wheat *Hordeiforme* 0189 under the Effect of Hardening at Different Growth Stages (in grammes per vessel)

Description of experiment	Total dry mass	Grain in grams	Grain in percentage
Control (constant moisture content of 60%) . . .	29.0	11.1±0.16	100
Hardening at the onset of «tillering» stage . . .	15.20	4.5±0.11	40.6
Hardening during the «tillering» stage	17.16	5.32±0.15	48.0
Hardening during the «stalk-formation» stage .	19.15	5.11±0.14	46.3

The greatest drop in yield was observed when the hardening occurred at the onset of the «tillering» stage. It was less when the hardening occurred in the «tillering» stage, but still the yield obtained was only 48% of the control. Therefore, the statement made by many investigators [Moliboga ([19]), Kolomietz ([12], [13], [14], [15]), Kuzmenko and Vorobiev ([16]), Skazkin ([21]), etc.],

to the effect that a temporary shallow drought at an early stage in the growth of plants stimulates an increase in the yield, is not confirmed by the greenhouse experiments of 1937 and the field experiments of 1936 of the Institute of Plant Physiology of the USSR Academy of Sciences.

A comparison of the data on the photosynthesic energy and the yield of summer wheat clearly shows the direct relationship existing between the photosynthesis and the yield. The plants which under the effect of some factor or other, had shown a higher photosynthetic activity throughout their period of growth, produced a higher yield of dry mass and grain. In the present case, the plants which had been all the time provided with an optimum water-supply, showed both a higher photosynthetic energy and a higher yield in comparison with the plants which had suffered wilting. The increase in yield seems to depend, not only on favourable external conditions, of which spoke Academician Liubimenko ([17]), but also on the plant itself, on the effect of the new anatomico-physiological properties on the individual life-processes of the plant.

Conclusions: 1. Plants (summer wheat *Hordeiforme* 0189) continuously provided with an optimum water-supply (in the present experiment, 60 per cent of the total moisture capacity of the soil), showed an increased intensity of the photosynthetic process throughout the period of growth and produced a higher yield.

2. All the plants subjected at the earlier stages of their growth (onset of the «tillering» stage, the «tillering» and «stalk-formation» to hardening by means of a temporary shallow soil drought, showed a lower photosynthetic energy and produced twice as small a yield, both as regards dry mass and grain.

3. The responsiveness of plants to hardening at various stages is different. The most negative effect on the photosynthetic energy and the yield is produced by hardening at the earliest stage, viz. at the onset of «tillering». As for the later stages, the least effect is produced by hardening in the «tillering» stage. The effect of hardening during the stage of stalk-formation was intermediate between the other two.

4. The existence of a direct relationship between the photosynthetic energy and the yield has been established. Therefore, the setting up of favourable conditions for an increased photosynthetic activity as well as the acquisition by the plants of new anatomico-physiological properties contribute, at the same time, to an increase of the yield.

Timiriasev Institute of Plant Physiology,
Academy of Sciences of the USSR.

Received
4. XI. 1937.

REFERENCES

[1] А. И. Алексеев, Бюллет. Средн. Аз. гос. ун-та, вып. 7 (1924). [2] В. А. Бриллиант, Изв. Бот. сада, 1, вып. 1—2 (1925). [3] Буссенго, Agronomie, chimie et physiologie, p. 317—324 (1868). [4] Heinrich Walter, Ber. d. Deutsch. Bot. Ges., XLVI, H. 8 (1928). [5] Dastur, Ann. of Bot., 39 (1925). [6] Дегерен и Макен, C. R. Acad. Sci., t. CIII (1886). [7] A. A. Zaitzeva, Bull. Acad. Sci. URSS (1935). [8] A. A. Zaitzeva, Bull. Acad. Sci. URSS, № 1 (1936). [9] V. S. Iljin, Flora, 116, 379—403, (1923). [10] В. С. Ильин, Растение и засуха, Прага (1925). [11] С. И. Кокина, Изв. Главн. бот. сада, 28, кн. 2 (1928). [12] И. А. Коломиец, Труды Лабор. биох. и физиол. растений АН СССР, 1 (1934). [13] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, № 2 (1934). [14] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, № 5 (1934). [15] I. A. Kolomietz, C. R. Acad. Sci. URSS, № 5, 6 (1934). [16] А. А. Кузьменко и С. О. Воробьев, Биологические основы орошения полевых культур (1936). [17] В. Н. Любименко, Фотосинтез и хемосинтез в растительном мире (1935). [18] Н. А. Максимов, Прилож. 26 к Тр. прикл. бот. (1926). [19] А. А. Молибога, Тр. прикл. бот., 17, вып. 2 (1927). [20] A. A. Richter, C. R. Acad. Sci. URSS, II (XI), № 7 (93) (1936). [21] Ф. Д. Сказкин, Социалист. растениеводство, № 9 (1934). [22] С. С. Скворцов, Тр. прикл. бот., 25 (1930—1931). [23] И. И. Туманов, Тр. прикл. бот., 16, вып. 4 (1926). [24] И. И. Туманов, Тр. прикл. бот., 27, № 1 (1929). [25] N. L. Udolskaja, C. R. Acad. Sci. URSS, № 1 (1934). [26] N. L. Udolskaja, Bull. Acad. Sci. URSS (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

AGROPHYSIOLOGY

ON THE PRACTICE OF AERIAL FERTILIZATION WITH CARBON DIOXIDE

By A. A. RICHTER, Member of the Academy, and O. K. ELPIDINA

The problem of raising the productivity of assimilation process by means of increasing the carbon dioxide concentration in the atmosphere surrounding the green leaves has been successfully solved by a number of investigators for cultures under glass, within closed buildings, where no appreciable leakage of the gas was possible.

The results of these «gas fertilization» experiments were so promising (a twofold and greater increase of the yield) that the possibility naturally suggested itself of feeding the cultivated plants with carbon dioxide directly in the field, under natural conditions, without resorting to any appliances meant to artificially localize the gaseous material, viz. carbon dioxide.

The first attempts in this direction were made almost 20 years ago ([5], [7]) and seem to have been quite successful, resulting as they did in a 150—300% increase of yield of the majority of crops experimented on (spinach, potato, lupine, barley). However, as is often the case, subsequent experiments ([2], [4]), made in a more critical spirit and involving a more accurate allowance for all the circumstances and conditions of culture, lead to the necessity of a much more cautious attitude with regard to the possibility of raising the yield by means of fertilization with carbon dioxide ([1]).

At the same time, provided all the conditions necessary for an increased assimilative activity of the leaves under experiment (viz. an increased mineral nutrition, absence of noxious gaseous admixtures, proper concentration of carbon dioxide in the air) be fulfilled, one is theoretically justified in expecting a quite definite and regular increase of the biological production, and failures in this respect should be put down, to a great extent, to purely technical diffuculties. Of these difficulties the principal is the one of retaining the dry gaseous CO_2, discharged on to the field from a certain system of pipes, within the immediate proximity of the plant's green organs. A gentle wind suffices to cause a considerable displacement and intermingling of the atmospheric layers, and thus prevents the assimilation process from being affected by the gas fertilization.

In the summer of 1936 and 1937, on the initiative of prof. Lorch, on the fields of Marfino and Nemchinovka (near Moscow) experiments were made in feeding potato plants with carbon dioxide simultaneously with spraying them with water. These experiments resulted in a marked increase of the yield of potato tubers and respectively a considerable increase of growth (the plants were man-high) and vitality of the overground parts.

Detailed analyses of the methods were conducted, with kind consent of Prof. Lorch, under collaboration of A. I. Greêusnikov, scientific worker of the Laboratory of Agrophysiology of the Potato Institute, and by O. K. Elpidina, scientific worker of the Institute of Plant Physiology, who made use of the apparatus of the Potato Institute at Korenevo.

The very first experiment in feeding the plants with dry carbon dioxide, conducted by means of a system of pipes laid over the potato field at a distance of 10 metres from each other and provided with small openings for letting the gas out, gave a striking confirmation of the supposition that such a method is but of small productivity.

Below are given the results of the analyses of the carbon dioxide content in the air during the experiment.

Clear day. Strong wind.
Determinations were made by Academician Richter's instrument (6)]
Control plot
Within the foliage 0.596 mg CO_2 per 1 litre (0.8302% by volume).
Over the foliage 0.590 mg CO_2 per 1 litre (0.0298% by volume).
Experimental plot
Within the foliage 0.612 mg CO_2 per 1 litre (0.03098% by volume).
Over the foliage 0.682 mg CO_2 per 1 litre (0.03449% by volume).

As shown by the figures cited above, gas fertilization resulted in a very slight rise in the concentration of carbon dioxide in the atmosphere surrounding and adjoining the vegetative parts of potato plants, the difference between the experimental and the control plots amounting at best to only 0.092 mg per 1 litre of the air, i. e. 0.00071%.

The probability that there occurred a rise in the assimilation process is very small.

Of great interest are the results of gas fertilization made simultaneously with spraying.

On the basis of the solubility of carbonic acid gas in water, it was to be expected a priori that the gas entering the spraying pipes under a pressure of three or four atmospheres would completely or to a great extent dissolve in water, thus «aerating» it, and indeed, test of such water showed a very considerable precipitate of barium carbonate.

Analyses of the atmospheric air made simultaneously with the gas feeding showed quite clearly that, instead of an increase, a decrease of CO_2 content had occurred. Let us cite the figures: before the gas feeding, there was 0.590 mg CO_2 per 1 litre of air at the level of the foliage or 0.02985%, while during the gas feeding accompanied by spraying, there was 0.546 mg CO_2 or 0.02762%.

The carbonic acid gas contained in the atmosphere is carried along by the spray water on to the surface of the leaves and into the soil. Let us call to mind that according to Lundegardh's statement (3) the CO_2 content in the air decreases during a very raining summer and that A. A. Richter's data (6) as well show the CO_2 concentration in the air dropping during snowfall.

The carbon dioxide that has dissolved in water and thus has, as it were, vanished, is, however, not lost for the plant organism. The water drops saturated with CO_2 that settle on the leaves as well as the water dropping down and absorbed by the soil, are the reservoir from which the plant may, under favourable conditions, draw materials for its assimilation process. It is obvious that, to ensure this, it is necessary to provide for the evaporation of the absorbent, viz. water, and thus cause the evolution of carbonic acid gas. Let us cite some of the experimental analyses.

Spraying simultaneous with gas fertilization was carried out on the experimental plant on September 16 from 8 to 10.30 a. m. Cloudy day, cumuli. At 11 a. m. air samples were taken within and above the potato foliage. The analyses showed the CO_2 content to be 0.541 mg per litre (0.02736%) over the foliage and 0.594 mg per litre (0.03004%) within the foliage: the carbon dioxide supplied during fertilization had disappeared.

In 2 hours, at 1 p. m. new air samples were taken; the CO_2 content over the foliage had remained the same: 0.546 mg per litre (0.02761%); while within the foliage its content had started to rise: it was 0.656 mg per litre (0.03313%); two and three hours later, at 3 and 4 p. m., the CO_2 content over the foliage was 0.582 and 0.550 mg per litre respectively, while within the tangle of potato stalks abundantly moistened with rain water it was 0.620 and 0.695 mg per litre respectively.

At this time, after 4 p. m. the weather abrubtly changed, the clouds dispersed, and the sun shone brightly. Analyses made at 5 p. m. showed that, while the CO_2 content over the foliage was 0.554 mg per litre (0.02847%), its concentration within the foliage drenched with «aerated» water had abruptly risen: analyses showed it to be 13.728 (!) mg per litre of air, i. e. 0.67442%.

Later on, the CO_2 content within the foliage considerably decreased because of a change of weather (it started drizzling), but still remained at a high level, viz. at 6 p. m. it was 0.792 mg per litre and at 7 p. m. it was 0.809 mg per litre.

On September 17, the next day, weather was clear and comparatively calm. Tests for carbon dioxide showed its content in the atmosphere over the foliage to be 0.660 mg per litre at 5 p. m. and 0.678 mg per litre at 6 p. m., while its content within the tangle of interwinded potato stalks was 0.950 mg per litre at 5 p. m. and 0.713 mg per litre at 6 p. m. At the same time, attempt was made to induce the evolution of the carbon dioxide stored up in the soil by freeing the furrow from the foliage, so as to expose it to the action of the air and light.

This operation soon resulted in a marked increase of the CO_2 content observed in a number of analyses of the overground air, thus at 5 p. m. the CO_2 content was 0.722 mg per litre (0.03652%), at 5.30 p. m. it was 15.752 mg per litre (0.7973%) and at 6 p. m. it was 0.959 mg per litre (0.0451%).

Thus, the conclusion suggests itself that the field plot fertilized with carbon dioxide simultaneously with spraying, is, as it were, a reservoir of carbon dioxide, which is gradually given off into the atmosphere when conditions for the evaporation of the spray water are set up.

These conditions are usually associated with insolation, i. e. with conditions ensuring the work of the chlorophyll apparatus. Hence the possibility of an increase of the yield which was actually observed under experimental conditions.

As a general conclusion, we are justified in stating that the fertilization with carbon dioxide should be combined with spraying and applied under definite meteorological conditions, viz. such conditions as would first contribute to the storing up of the carbon dioxide in the soil and on the overground parts of the plants and then to its evolution from the solution.

Received
16. XI. 1937.

Timiriazev Institute of Plant Physiology.
Academy of Sciences of the USSR. Moscow.
Laboratory of Agrophysiology of the Potato Institute Korenevo.

REFERENCES

[1] Bömer u. Rintelen, ZS. f. Landw. (1933). [2] Bornemann, Kohlensäure und Pflanzenwachstum (1929). [3] Лундегард, Почвенные условия и рост растений (русск. пер. 1936). [4] Lundegardh, Der Kreislauf der Kohlensäure in der Natur (1924). [5] Riedel. Mitt. d. Deutsch. Landw. Ges. (1919). [6] A. A. Richter, C. R. Acad. Sci. URSS. II (XI), № 7 (1936). [7] H. Fischer. Gartenflora (1912); Ang. Bot. (1919).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

PLANT PHYSIOLOGY

APPLYING OF GROWTH SUBSTANCES TO INCREASE THE ROOTING CAPACITY IN CUTTINGS OF WOODY SPECIES AND SHRUBS

By D. A. KOMISSAROV

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 1. XII. 1937)

An investigation on the effect of growth substances on the root formation and rooting capacity of cuttings, taken from woody species of plants, was started by the writer in spring 1935.

At an earlier period Thiman and Went (8) observed the formation of additional roots on the epicothyles of *Pisum sativum* induced by a β-indo-

Fig. 1. *Thuja occidentalis*. Top row—control, Lower row—cuttings treated with β-indolylacetic acid for 24 hours (0.010% solution).

lylacetic acid treatment, whereas Laibach (6) obtained a pronounced increase in root formation of internode cuttings of *Tradescantia* after applying lanoline paste mixed with urine auxin and orchid pollen to the apical cut surface.

During 1935 the author was able to study the effect of only urine and maize flour auxines (10). By introducing these compounds in water solutions into cuttings of *Salix caprea* and *S. cinerea* which had hitherto displayed poor rooting, the latter was increased by 40—70% as compared with the control. In 1936 and 1937 new compounds, other than the

auxines, were also introduced during the experiments. These were β-indolylacetic acid, phenylacetic acid, phenylpropionic and α-naphtaleneacetic acid, the three latter having, according to Hitchcock (3), Zimmerman and Wilcoxon (4), also a formative effect on plants.

In these experiments the growth substances were used in water solutions. The low solubility of β-indolylacetic acid, phenylpropionic acid and naphtaleneacetic acid made it necessary for these substances to be first dissolved in a few drops of 96% alcohol and the required amount of water to be then added. The alcohol content in the solutions did not usually exceed 0.5%. This amount of alcohol was shown by preliminary experiments to have no injurious effect on the rooting of cuttings. The same amount of alcohol was also added to the control solution, as well as to the water solutions of phenylacetic acid and the urine and maize flour auxines. The methods of preparing the two last solutions have been described previously (10).

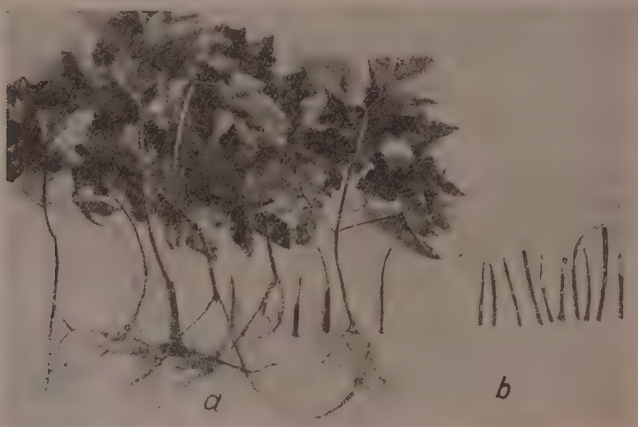


Fig. 2. *Acer dasicarpum*. *a*—cuttings treated with β-indolylacetic acid for 18 hours (0.005% solution), b—control.

The concentration of the water solutions of the synthetic growth substances was investigated over a range of 0.020 to 0.001%. The basal ends of the cuttings were immersed during 6—72 hours, the solution being introduced by transpiration. After such a treatment the summer cuttings were planted into a sandy seed-bed; the winter ones into earth.

The following plants were used in the experiment:

1. Not propagated by cuttings: *Salix caprea*, *Betula verrucosa*, *Quercus pedunculata*, *Larix sibirica*, *Pinus silvestris*, *Corylus avellana*, *Amelanchier cretica*.

2. Normally and poorly propagated: *Populus alba*, *P. nigra* (poorly propagated) (clone), *Betula pubescens*, *Ribes rubrum*, *Ribes aurea*, *Picea excelsa*, *Thuja occidentalis*, *Acer dasicarpum*, *Syringa vulgaris*, *Cornus alba*, *Lonicera coerulea*, *Lonicera tatarica*. The experiments were first conducted at the USSR Central Forestry Research Institute under the guidance of Prof. Ivanov and later on on a larger scale at the Viburg Combinate of the Town Gardening Trust and the Rjabov nursery in Leningrad.

As many as about 30 thousand cuttings were treated with the growth substances.

Results

Owing to the limited volume of the present paper, only a restricted amount of data concerning the effect of each separate growth substance on root formation and growth, and the callus and shoot development of cuttings, can be here mentioned. The table below contains comparative data on the root formation of cuttings after the treatment with β-indolylacetic acid.

Table

Comparative Rooting Capacity of Cuttings, after β-Indolylacetic Acid Treatment, and Controls

Nos of experiments	Plants	Type of cutting	Time of planting	Cuttings treated with:			
				Water (control)	β-indolylacetic acid		
				Rooting (percentage)	Duration of treatment (hours)	Concentration of solutions (percentage)	Rooting (percentage)
1	*Populus alba*	Winter	15 IV	22	30	0.005	92
2	» »	Summer	21 VI	15	18	0.005	94
3	» »	»	16 VII	35	24	0.005	100
4	» »	»	31 VII	10	24	0.010	65
5	*Populus nigra*	Winter	25 IV	12	24—36	0.005	61
					18—24	0.010	64
6	*Ribes rubrum*	Summer	25 VII	30	36	0.005	90
					24	0.010	95
7	*Betula pubescens*	»	23 VII	8	24	0.010	70
8	*Betula verrucosa*	»	16 VII	0	32	0.005	25
9	*Salix caprea*	»	20 VII	0			
10	*Acer dasicarpum*	»	21 VI	0	32	0.005	85
11	*Quercus pedunculata* (6—8 years old)	»	2 VII	0	18—24	0.005	56
12	*Quercus pedunculata* (20 years old)	»	2 VII	0	18	0.020	34
13	*Thuja occidentalis* (6—7 years old)	»	26 VI	48	12—36	0.02—0.005	0
14	*Thuja occidentalis* (over 20 years old)	»	26 VI	20	24	0.010	92
15	*Larix sibirica* (not woody)	»	22 VI	0	24	0.010	41
					24	0.005—0.010	26
16	*Larix sibirica* (woody)	»	7 VII	0	24—36	0.005—0.010	6
17	*Picea excelsa*	»	20 VI	41	24—32	0.005	93
18	*Pinus silvestris*	»	7 VI	0	12—36	0.020—0.005	0
19	*Syringa vulgaris*	»	25 VI	18	24—36	0.005	46
20	*Amelanchier cretica*	»	27 VI	8	18—24	0.005	25
21	*Cornus alba*	»	20 VI	12	18—24	0.005	58
22	*Corylus avellana*	»	11 VII	0	24—36	0.010	22
23	*Lonicera coerulea*	Winter	30 IV	10	48	0.005	50
24	*Lonicera tatarica*	»	30 IV	15	24	0.005	60

β-indolylacetic acid proved to be the most effective among the growth substances. The cuttings after having been treated with the latter under conditions of optimum concentration and duration of treatment showed 1) greater percentage of rooting; 2) greater root system (Fig. 1, 2 and 3); earlier rooting (2 to 6 days) in comparison to the control (with *Thuja occidentalis*—as many as 16 days).

Phenylacetic acid and phenylpropionic acid were similar in their effect, which was, however, less pronounced than that of β-indolylacetic acid. summer and winter cuttings from the *Populus alba* and *Ribes rubrum* were the only ones that readily responded to their treatment. With other species they either proved ineffective or their effect was very slight.

α-Naphtaleneacetic acid effect was studied on cuttings of *Populus alba*, *Ribes aurea*, *Quercus pedunculata* and *Larix sibirica*. On the first three species its effect was similar to that of β-indolylacetic acid, but there was no effect observed on the latter.

The urine and maize flour auxines induced a marked rooting response in cuttings of *Salix aurea*, *Populus alba*, *Ribes rubrum* and *Betula pubescens*;

Fig. 1. *Ribes rubrum*. Top row—control; Middle and lower row—cuttings treated with β-indolylacetic acid for 36 hours 0.005% solution.

whereas with *Larix sibirica*, *Betula verrucosa*, *Quercus pedunculata* they proved ineffective.

Owing to the small amounts of these substances in the original material they can never be of great practical value. According to the collected data it has been proved that the effect of the growth substances on the rooting capacity of cuttings is dependent upon the concentration of the solution and the duration of the treatment. For a number of the plant species investigated the β-indolylacetic acid and phenylacetic acid concentrations were the most effective at 0.005 and 0.010%, when the duration of the treatment was 12—36 hours for summer cuttings, and 20 to 48 hours for the winter ones. A comparison of the results obtained shows the effect of the growth substances on the rooting capacity of cuttings to be greatly influenced by a) kind of plant, b) age of the mother tree (see experiments 11—14), c) degree of woodening in the cuttings (see experiments 15 and 16), d) time of cutting (see experiments 2—4).

When woody plants are propagated by cuttings the development of strong callus at the basal end is considered desirable, as being a safeguard

against decay. With this in view a treatment of cuttings with growth substances under conditions of optimum concentration of water solution seems reasonable.

No noticeable effect was observed when growth substances under optimum conditions were applied at budding time, the buds on the control cuttings appearing at the same time as on the treated ones.

High concentrations had a depressive effect on root formation and bud growth. At the same time observations taken on *Ribes rubrum*, *Populus nigra* and *P. alba* during two years showed the shoot growth on rooted cuttings, which had been previously treated with the growth substances to be ahead of that of the control. This intense shoot growth is supposed to be caused by a plentiful food supply which these cuttings receive owing to a well developed root system.

The appearance of roots on cuttings to which a growth substance has been applied, is due not only to the development of dormant root germs, but to the initiation of new ones, as well. According to Van der Lek (9) *Salix caprea* shoots are deprived of root germs. Therefore the formation of roots under the bark of cuttings taken from the latter plant, in response to a 3-indolylacetic acid treatment, can only be explained as the initiation of new root germs. This stands in disaccord with Gravenitz (1), who claims that the propagation of plants by cuttings is only possible when root germs are present.

Such germs in large quantities have been observed by the author on the border between the cambium and the bast, about 1.5—2 cm above the basal end, the bark being here three times as wide as that of the control plants. This was due to an increase in the bast part as well as to a fission of the parenchyma cells of the initial bark.

In a special investigation the fate of the growth substances—3-indolylacetic acid and maize flour auxines introduced into cuttings of *Salix caprea* and *S. viminalis* was studied. It was proved that these solutions undergo great changes and cannot be extracted back from the cuttings in their initial active state (according to their effect on oat sprouts). These changes are not caused by ordinary chemical reactions with the cell substances, but are the result of physiological processes. After some bark and leaf tissue had been well rubbed and mixed with definite amounts of the growth substances, 90% of the latter were able to be extracted.

The changes in living leaf tissue from the same cuttings were less marked, as much as 50% of the solution introduced being regained. After 8 days no growth substances was identified in the leaves, part of them being, no doubt, transferred to the bark. This was proved by poor rooting displayed by summer cuttings, that had their leaves cut off 2 days after treatment, the growth substances having vanished with the leaves.

In a special series of experiments the relation between rooting and growth substance content was investigated with respect to closely related woody plant species which differ in their ability to be propagated by cuttings, for instance *Salix caprea* and *S. viminalis*, *Populus nigra* and *P. suaveolens*. The amounts of growth substance extracted from the buds of these species showed little variation. The water extracts taken from the young leaves of these plants had no effect on the rooting capacity of the cuttings. Also graftings of *S. viminalis* on *S. caprea*, and *P. suaveolens* on *P. nigra*, and vice versa were made, but no reciprocal influence on the rooting capacity of cuttings was noticed, which means that *S. caprea* and *P. nigra*, that are propagated by cuttings with difficulty, produce no special substance having a depressive effect on the *S. viminalis* and *P. suaveolens*, which are easy to propagate. If such substances which interfere with root formation were

produced by *S. caprea* and *P. nigra* they would decrease the stimulating effect of the growth substances. This was, however, not the case during the present experiments. The absence of a stimulating effect of β-indolylacetic acid on root formation in pine cuttings, can hardly be explained by the presence of some substances, for instance, pitch, which are capable of causing delay. Intensive callus formation as well as a pronounced development of stem tissue on the treated cuttings was observed.

It appears, therefore, that the interior causes for a difference in the ability of plants of related species or of separate races of one species to be propagated by stem cuttings, on one hand, and the causes for an unlike stimulating effect of growth substances in causing root formation in distinct species, on the other—are so far unknown.

It may be stated that the results obtained by the writer as well as those published previously by Cooper (2), Hitchcock and Zimmerman (5) and Laibach (7) afford for the following conclusion: that synthetic growth substances are of practical value in growing woody and shrub plants under conditions of horticulture. «Town Gardening» and forestry in that they effect an increase in the rooting of cuttings. This effect, however, is subject to large variations depending upon the plant species, location and ability of the plant to be propagated by cuttings.

Central Forestry Research Institute.
Leningrad.

Received
2.XII.1937.

REFERENCES

[1] L. Gravenitz, Über Würzelbildung an Steckholz (1913). [2] W. C. Cooper, Plant Phys., **10**, 789 (1935). [3] A. E. Hitchcock, Cont. Boyce Thom. Inst., **7**, 87 (1935). [4] P. W. Zimmerman a. F. Wilcoxon, Cont. B. Thom. Inst., **7**, 209 (1935). [5] A. E. Hitchcock a. P. W. Zimmerman, Cont. B. Thom. Inst., **8**, 63 (1936). [6] F. Laibach, A. Müller, W. Schaffer, Naturwiss., **22**, 588 (1934). [7] F. Laibach, Gartenbaumwiss., **11**, 65 (1937). [8] K. V. Thimann a. F. W. Went, Proc. Acad. Wetensch., Amsterdam, **37**, 3 (1934). [9] H. A. A. Van der Lek, Over d. Wortelvorming van hotigestekklen Med van de Landbouwhoogschool te Wageningen, **28**, 230 (1925). [10] Д. А. Комиссаров, Лесное хозяйство и лесоэксплоатация, № 8 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1938. Volume XVIII, № 1

PLANT PHYSIOLOGY

THE EFFECT OF CONTINUOUS AND DISCONTINUOUS WATER SUPPLY ON THE PHOTOSYNTHETICAL PROCESS AND THE YIELD OF SUMMER WHEAT

By N. S. PETINOV

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 11.XI.1937)

a) Photosynthesis

Discontinuous water supply may periodically reduce the plant to wilting. It has been considered that such a periodical wilting does not injure the plant, inasmuch as the changes in structure in the direction of xeromorphism resulting from wilting («hardening»), may subsequently facilitate the conduction of water into the leaves and simultaneously intensify the energy of assimilation and transpiration [Tumanov ([10], [11]), Skazkin ([8])]. This new anatomico-physiological property has been considered to affect favourably the ultimate productivity of the plant.

Taking this circumstance into consideration, it seemed that, in order to obtain high yields under field conditions, it is necessary that periods of maximum watering and periods of soil drought causing wilting, should regularly alternate. However, detailed physiological and anatomical investigations conducted at the Institute of Plant Physiology in 1936 and 1937 under greenhouse and field conditions have shown that this is not the case.

Let us analyse the data of the greenhouse experiments of the year 1937. The plants (summer wheat *Hordeiforme* 0189), grown at 60% humidity, were periodically (2 or 3 times), at different periods of vegetation, subjected to a slight wilting by means of a temporary reduction of the soil humidity to 40%. After each wilting, the soil humidity was again raised to 60%. There were in all 11 different variants in the experiment. Plants grown at a constant optimal humidity (60% of the full moisture capacity), were used as controls. For the purpose of studying the course of the photosynthetical process [after the method of Academician A. A. Richter ([6])], three of the eleven variants were taken:

1. Constant humidity of 60%.
2. Variable humidity—two wiltings, one at the onset of tillering, the other at the shooting stage.
3. Variable humidity—two wiltings at later dates, viz. one at the onset of shooting, the other at the earing stage.

The first observation was carried out on July 13 (flowering), when plant had twice undergone wilting at different periods. The three subsequent

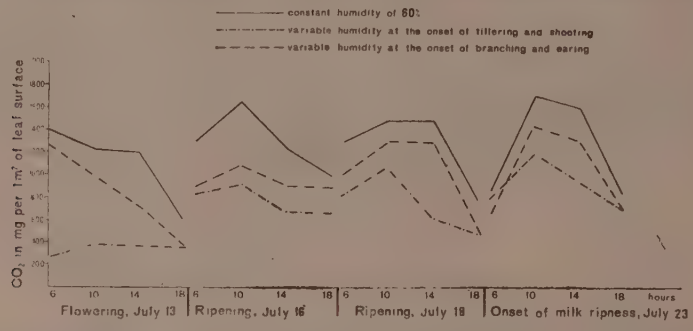
observations were carried out at the ripening stage and the stage of milk ripeness.

The results of the experiment are shown by the curves. The hours and phases of development are plotted on the abscissa axis, while the amount of CO_2 in mg per 1 m^2 of leaf surface is plotted on the ordinate axis.

The curves show that

1. The continuous optimal water supply (60% of the full moisture capacity), as compared with discontinuous one, resulted in a more vigorous photosynthetical process in the summer wheat.

2. A variable soil humidity, or its short temporary change from optimal (60%) to insufficient (40%) quantity, and the consequent slight periodical



wilting of the plant affected unfavourably the amount of photosynthesis in the summer wheat.

3. The decrease in the amount of photosynthesis, as compared with the control (constant humidity of 60%), was observed to be independent of the period during which the plant had been deprived of water and had wilted. A difference was observed only in the degree of the decrease, depending on the phase during which the wilting had occurred. In the experiment in question the greater decrease in photosynthesis was observed to occur in the case of two wiltings during early periods of growth—onset of tillering and shooting. It is quite possible that, should other combinations be used or should the number of wiltings be increased, the drop in photosynthesis would prove still greater.

4. The plants that had wilted twice, gradually recovered the photosynthesis energy on being placed under optimal water supply conditions (60% of full moisture capacity). However, in no case was a complete recovery of the photosynthesis energy, up to the value recorded for the control plants, to be observed.

5. One of the main causes of such a drop in photosynthesis in plants that have wilted, seems to be the change of the anatomical structure of the leaf consisting in a decrease of the number of ducts ensuring the conduction of the assimilates (phloem). This has been experimentally proven in hardening the plants at different vegetation periods.

b) The Yield

It was known long ago from the old works of Wollny (2), 1889, and Gain (3), 1895, that a certain alternation, during the vegetation period of plants, of a slight dryness of the soil and its humidity would sometimes seen to favour a greater accumulation of the dry mass and an increase of the total yield.

Wollny's experiments with summer wheat have shown that the grain yield is markedly decreased if the plant lacks water during tillering, even though optimal humidity is ensured for the plant before and after that period. Inversely, a great increase in the grain yield resulted from lack of water in the earliest period—germination—and optimal water supply during tillering and ripening. On the other hand, Gain and later Preul [5] stated that, to ensure a higher yield, plants should be exposed to a temporary drought during the early period, viz. tillering. A high yield is thus stated to be due, not to a constant optimal humidity, but to a certain alternation of dry and moist periods, since in this case the plants would seem to get «hardening», which stimulates a higher yield [Tornau and Meyer [9], Skazkin [7], Kusmenko and Vorobiev [4], etc.].

We have pointed out above that, in the case of discontinuous water supply, as compared with continuous optimal one, the photosynthesis energy drops and remains in this state till the end of the vegetation. Seeing that there exists a direct connection between the photosynthesic energy and the amount of the grain yield, we are justified in expecting a drop in the yield on passing from continuous water supply to discontinuous one.

The rather complete scheme of the greenhouse experiment of the Institute of Plant Physiology, USSR Academy of Sciences, permitted us to establish the difference in the decrease of yield in its dependence on the vegetation periods during which the plants had been insufficiently watered and had consequently wilted.

Plants grown at a constant optimal soil humidity equal to 60% of full moisture capacity, were used as controls. Insufficient soil humidity (40%) throughout the vegetation period unfavourably affected the growth and development of spring wheat. The yield of dry mass and, more particularly, of grain decreased more than three times. A continuous soil humidity of 80% was under these conditions less favourable to the spring wheat than that of 60%. This seems to have been due to «an intensification of the conditions of anaerobiosis and lack of food materials» [Williams [1]].

As regards the discontinuous water supply, it proved to be in all cases less effective than the constant optimal humidity of 60% (control). But the effect of the insufficient water supply varied with the period during which it had occurred. The earlier and oftener did the spring wheat undergo slight wilting due to lack of water, the greater was the decrease in the grain yield. In the case under consideration, the greatest decrease in the grain yield (7.0 grams as against 11.1 grams in the control) occurred when plants had wilted three times during the early periods, viz. those of tillering, stalk-formation and earing. For greater clarity, let us examine separately the effects of two and three wiltings.

I. Discontinuous water supply (two wiltings):
a) onset of tillering and shooting . . . . . 9.34 g of grain per vessel
b) tillering and onset of earing . . . . . 9.21 » » » » »
c) onset of stalk-formation and earing . . . 10.2 » » » » »
II. Constant optimal humidity of 60%:
control 11.1 g of grain per vessel.

The above cited data show clearly that the grain yield of summer wheat regularly falls as the wilting caused by a temporary lack of water coincides with earlier periods of vegetation.

The same is observed with regard to three wiltings.

I. Discontinuous water supply (three wiltings):
a) onset of tillering, stalk-formation and earing 7.0 g of grain per vessel
b) onset of tillering, shooting and grain formation 7.65 » » » »
c) tillering, onset of earing and grain formation . . 8.7 » » » »

d) onset of stalk formation, earing and beginning of ripening 10.14 g.

II. Constant optimal humidity 60%: control 11.1 g of grain per vessel.

Finally, the figures cited above show that an increase in the number of wiltings results in a further decrease of the grain yield.

A comparison of the results of our physiological observations with data on grain yields indicates that there exists a direct relation between the photosynthesic energy and the yield.

General Conclusions

1. An alternation of periods of lack water with period of optimal watering and the consequent wilting of the plants, produced no favourable effect, as compared with the constant (optimal) humidity, either in raising the photosynthesic energy or in increasing the grain yield of summer wheat.

2. The grain yield fell the more, the earlier and oftener did the summer wheat undergo slight wilting due to lack of water.

3. Any wilting, whether experienced once or twice, and all the more, many times, should be regarded, from the standpoint of the ultimate result, viz. the yield, as a negative factor.

4. To ensure a high yield, under field conditions of irrigation, plants should be continuously supplied with the requisite amount of water and food.

Timiriazev Institute of Plant Physiology.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
13. XI. 1937.

REFERENCES

[1] В. Р. Вильямс, Общее земледелие (1927). [2] E. Wollny, Fortschr auf dem Gebiete der Physikagrikultur (1899). [3] E. Gain, Annales des Sciences naturelles, Septième série, Botanique, **20** (1895). [4] А. А. Кузьменко и С. О. Воробьев, Биологические основы орошения полевых культур (1935). [5] F. Preul, Journ. f. Landw., **56** (1908). [6] A. A. Richter, C. R. Acad. Sci. URSS, II (IX), № 7 (93) (1936). [7] Ф. Д. Сказкин, Социалистическое растениеводство, № 9 (1934). [8] Ф. Д. Сказкин, Ученые записки Ленингр. педагог. ин-та им. Герцена, IV, № 2 (1937). [9] Tornau u. K. Meyer, Journ. f. Landw., 79 (1931). [10] И. И. Туманов, Тр. прикл. бот., 16, вып. 4 (1926). [11] И. И. Туманов, Тр. прикл. бот., 27, вып. 1 (1929).

PRIX D'ABONNEMENT

Un an—36 livraisons . . . . . £ 15
Six mois—18 livraisons . . . £ 7.50
(Séparément £ 0.50 le numéro)

URSS — Meždunarodnaja Kniga, 18 Kuznetskij Most, Moscou (Compte courant n° 268 Banque d'Etat de l'URSS, 12, Neglinnaja, Moscou),
U. S. A., NORTH and SOUTH AMERICA — BOOKNIGA CORPORATION, 255 Fifth Avenue, New York, N. Y.
ENGLAND — W. H. SMITH & son, Ltd Strand House, Portugal Sat London, W. C. 2.
FRANCE — MESSAGERIES HACHETTE. Service Abonnements. 111, Rue Réaumur. Paris, 2e.
SUISSE — Administration du Journal „LE TRAVAIL". 39, Rue de Lausanne. Genève.
Č. S. R. — MELANTRICH, 'Akc. Spol. Knihkupectví — odd. slovanskych knih. Vaclavské nam 42. Praha II. (Ucet post. spor. 20. 208).
BELGIQUE — LIBRAIRIE A. U. S. 38 Vieille Halle-aux-Blés. Bruxelles (C. C. P. 1861. 15). (P. Driessen)
CHINA — AMERICAN BOOK & SUPPLY Co 841 Bubbling Well Road. P. O. Box 1798. Shanghai.
HOLLAND — J. GINSBERG. University Bookseller. Kort Rapenburg, 17. Leiden
LIETUVA — „MOKSLO". Knygynas. Laisves Aleja, 46. Kaunas.
TURQUIE — LIBRAIRIE HACHETTE. Succursale de Turquie. 469, Avenue de l'Indépendance. Boite Postale Pera 2219. Istanbul.
DEUTSCHLAND — OTTO HARROSSOWITZ. Leipzig C. I. Auerstrasse 14.
POLSKA — GEBETHNER & WOLFF. Filja 1. „Krakowskie Przedm. 15. Warszawa.
ROSSICA. Chmielna 5. Warszawe.
PALESTINE — SAFRAN Co. Jaffa Rd. 36. P. O. B. 223. Haifa.
LATVIJA — VALTERS un RAPA Akc. Sab. Teatra lela 11. Riga (Pasta tek. rek. № 675).
BULGARIA — T. F. TSCHIPEFF. Buchhandlung Boulevard Dondoukoff 20/22 Sofia. (Postscheckkonto-Sofia 540).
NORGE — JOHAN GRUNDT TANUM. Tidligere Aschehougs Boghandel. Karl. Johans gt. 43. Oslo.

Les «Comptes Rendus», largement expédiés à l'étranger dans les centres scientifiques les plus importants et dans les bureaux de nombreuses revues, sont le seul organe scientifique en URSS, donnant tous les dix jours un compte rendu des plus récentes acquisitions de la science soviétique.

Prix — $ 0.50